

Л. И. Звавич, Н. В. Дьяконова

Дидактические материалы по алгебре

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»

учени _____ класса _____
_____ школы _____

8

класс



Л. И. Звавич, Н. В. Дьяконова

Дидактические материалы по алгебре

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»
(М. : Просвещение)

8 класс

*Рекомендовано
Российской Академией Образования*

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2014

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

3 42

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Изображение учебного издания «Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений с прил. на электрон. носителе / [Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова]; под ред. С. А. Теляковского. — М.: Просвещение» приведено на обложке данного издания исключительно в качестве иллюстративного материала (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Звавич Л. И.

3 42 Дидактические материалы по алгебре: 8 класс: к учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 8 класс» / Л. И. Звавич, Н. В. Дьяконова. — М.: Издательство «Экзамен», 2014. — 239, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-07308-6

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие содержит самостоятельные работы, тесты, контрольные работы и другие материалы к учебнику «Алгебра. 8 класс» (авторы учебника — Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И., Суворов С. Б.). Предлагаемые материалы также можно использовать при изучении алгебры по любым другим учебникам.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:512

ББК 74.262.21

Подписано в печать 17.01.2014. Формат 60х90/16. Гарнитура «Школьная».

Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 2,88. Усл. печ. л. 8,4.

Тираж 10 000 экз. Заказ № 662.

ISBN 978-5-377-07308-6

© Звавич Л. И., Дьяконова Н. В., 2014

© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2014

СОДЕРЖАНИЕ

СТРАНИЧКА ДЛЯ УЧИТЕЛЯ	8
САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ	9
ВАРИАНТ 1	9
С-1. Понятие алгебраической дроби	9
С-2. Основное свойство дроби. Сокращение алгебраических дробей.....	12
С-3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	14
С-4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями	16
С-5. Умножение алгебраических дробей, возведение в степень	18
С-6. Деление алгебраических дробей.....	20
С-7. Совместные действия с алгебраическими дробями	22
С-8. Функция $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) и ее график.....	24
С-9. Арифметический квадратный корень	28
С-10. Уравнение $x^2 = a$	31
С-11. Значения квадратного корня. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства	33
С-12. Корень из произведения и частного, произведение и частное квадратных корней	35
С-13. Корень из степени, возведение корня в степень	37
С-14. Вынесение множителя из-под знака корня....	39
С-15. Внесение множителя под знак корня.....	41

С-16. Действия с корнями	43
С-17*. Квадратные корни	45
С-18. Неполные квадратные уравнения	47
С-19. Формула корней квадратного уравнения	49
С-20. Решение квадратных уравнений и их применение для решения задач	52
С-21*. Квадратные уравнения (дополнительно) ...	54
С-22. Теорема Виета.....	56
С-23. Дробно-рациональные уравнения	59
С-24. Текстовые задачи	61
С-25. Числовые неравенства.....	64
С-26. Числовые неравенства, свойства числовых неравенств. Оценка значения выражений.....	67
С-27. Числовые промежутки.....	71
С-28. Решение неравенств с одной переменной....	74
С-29. Задания, приводящие к неравенствам с одной переменной	76
С-30. Применение неравенств к исследованию функций.....	77
С-31. Решение систем неравенств	79
С-32. Задания, приводящие к системам неравенств с одной переменной	82
С-33. Степень с целым показателем	84
С-34. Задания, аналогичные заданиям ГИА и ЕГЭ, за курс алгебры	86
ВАРИАНТ 2	89
С-1. Понятие алгебраической дроби	89
С-2. Основное свойство дроби. Сокращение алгебраических дробей.....	92
С-3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями	94

С-4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями.....	96
С-5. Умножение алгебраических дробей, возведение в степень	98
С-6. Деление алгебраических дробей.....	100
С-7. Совместные действия с алгебраическими дробями	102
С-8. Функция $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) и ее график	103
С-9. Арифметический квадратный корень	107
С-10. Уравнение $x^2 = a$	110
С-11. Значения квадратного корня. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства	112
С-12. Корень из произведения и частного, произведение и частное квадратных корней	114
С-13. Корень из степени, возведение корня в степень	116
С-14. Вынесение множителя из-под знака корня..	118
С-15. Внесение множителя под знак корня.....	120
С-16. Действия с корнями	122
С-17*. Квадратные корни	124
С-18. Неполные квадратные уравнения	126
С-19. Формула корней квадратного уравнения..	129
С-20. Решение квадратных уравнений и их применение для решения задач	131
С-21*. Квадратные уравнения (дополнительно) ...	133
С-22. Теорема Виета.....	135
С-23. Дробно-рациональные уравнения	138
С-24. Текстовые задачи	140
С-25. Числовые неравенства.....	143
С-26. Числовые неравенства, свойства числовых неравенств. Оценка значения выражений.....	146
С-27. Числовые промежутки	150

С-28. Решение неравенств с одной переменной ...	153
С-29. Задания, приводящие к неравенствам с одной переменной	155
С-30. Применение неравенств к исследованию функций.....	157
С-31. Решение систем неравенств	159
С-32. Задания, приводящие к системам неравенств с одной переменной	162
С-33. Степень с целым показателем	164
С-34. Задания, аналогичные заданиям ГИА и ЕГЭ, за курс алгебры	166
КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ	169
К-1. Сокращение, сложение и вычитание алгебраических дробей.....	169
К-2. Умножение и деление, совместные действия с алгебраическими дробями	173
К-3. Квадратные корни	177
К-4. Свойства квадратных корней	181
К-5. Квадратные уравнения	185
К-6. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Теорема Виета.....	188
К-7. Текстовые задачи, сводящиеся к квадратным уравнениям.....	191
К-8. Решение линейных неравенств.....	194
К-9. Системы линейных неравенств.....	196
К-10. Итоговая контрольная работа за курс 8 класса	199
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	203
Упражнения с параметрами.....	203
Практическая работа. Элементы статистики	209

Билеты к устному зачету	215
ОТВЕТЫ.....	220
Упражнения с параметрами.....	234
Билеты к устному зачету	239

СТРАНИЧКА ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Данное пособие состоит из трёх частей. В первой части содержатся два варианта комплектов самостоятельных работ по всем основным программным вопросам. Во второй части предлагаются контрольные работы в трёх вариантах, один из которых — подготовительный. Упражнения третьей части предназначены для повышения уровня развития учащихся. Они могут использоваться как на уроках, так и во внеурочной деятельности учащихся (например, на занятиях математического кружка).

Итоговая контрольная работа представлена в четырёх вариантах двух уровней сложности: варианты 1 и 2 — стандартного уровня трудности, отвечающие обязательным требованиям к математической подготовке учащихся; варианты 3 и 4 требуют от ученика более глубокого владения учебным материалом. Выбор вариантов работ учитель осуществляет по своему усмотрению, учитывая познавательные возможности и особенности своего класса, а также общий уровень математической подготовки учащихся класса. При этом необходимо ставить всех учащихся в равные условия, т.е. предлагать всему классу либо варианты 1 и 2, либо 3 и 4.

На выполнение самостоятельной работы рекомендуется выделять не более 15 минут урока, на контрольную работу — 30–40 минут. Оценивание работ отметкой производится в соответствии с существующими нормами оценки.

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

ВАРИАНТ 1

С-1. Понятие алгебраической дроби

1. Найдите значение алгебраических дробей при данных значениях переменных.

а) $\frac{3a+2b}{5a-3b}$ при $a = 21$; $b = 28$;

б) $\frac{5a+7b}{3a-b}$ при $a = \frac{2}{7}$; $b = \frac{5}{7}$;

в) $\frac{25a^2-4b^2}{5a-2b}$ при $a = 2,4$; $b = 2,8$;

г) $\frac{125a^3+27b^3}{25a^2-15ab+9b^2}$ при $a = 1,2$; $b = 1\frac{1}{3}$.

2. При каких значениях переменной дробь не определена?

а) $\frac{2+3x}{2-3x}$;

в) $\frac{x^2-3x+5}{x(x+5)}$;

б) $\frac{x^2-3x+5}{11}$;

г) $\frac{x^2-3x+5}{x(x^2+5)}$.

3. При каких значениях переменных дробь определена?

а) $\frac{2-3x^2}{12+3x}$;

в) $\frac{x^2}{x(x-15)}$;

б) $\frac{x^2+13x-5}{123}$;

г) $\frac{x^2-3x+5}{x^2+4x+5}$.

4. На координатной плоскости укажите все точки $(x; y)$, для которых не определена дробь:

а) $\frac{x^2 - 5yx + 7y^3}{2 - x}$;

в) $\frac{x^3 - 3y^2 + 5}{x + y}$;

б) $\frac{x^2 + 5y - y^7}{y + 2}$;

г) $\frac{4x - y + xy}{2x - 3y + 6}$.

5. При каких значениях переменной значение дроби равно нулю?

а) $\frac{2x - 4}{3x + 1}$;

в) $\frac{x(x - 4)}{x^2 + x - 20}$;

б) $\frac{x(x - 4)}{3x + 1}$;

г) $\frac{x(x - 4)}{x^3 - x^2 - 12x}$.

6. Найдите сумму всех значений a и b , для которых не определена дробь:

а) $\frac{25a^2 - 4b^2}{25a^2 + 2b^2}$;

в) $\frac{7a + 3b^2}{5|a - 3| + 6|2a + b|}$.

б) $\frac{2a^2 - 4ab + 5b^2}{(a - 3)^4 + (3ab + b - 1)^2}$;

7. Найдите допустимые значения переменной в выражениях:

а) $2x + \frac{x - 2}{x + 7} - \frac{1}{x^2}$;

в) $\frac{1 - \frac{1}{x - 1}}{x + 2}$;

б) $1 - \left(\frac{2 - x}{x + 2} - \left(3x - \frac{1}{x} \right) \right)^2$;

г) $x^0 + \frac{3 - x}{3 - x} - \frac{2x + 7}{2x + 7}$.

8. Докажите, что данные дроби определены при всех значениях переменной:

а) $\frac{x^2-5x+7}{123};$

в) $\frac{2+x}{x^2-4x+11};$

б) $\frac{2-x}{x^2+11};$

г) $\frac{5x^2+11x-23}{(x-1)^2+|3x+2|}.$

9*. Найдите частное от деления суммы всех трехзначных чисел, в десятичной записи каждого из которых есть цифры 1, 6 и 8, на сумму всех трехзначных чисел, в десятичной записи каждого из которых есть цифры 3, 5 и 7.

10*. Найдите натуральное число n , такое, что число $\frac{56^{22} \cdot 88^{11}}{2^n}$ целое, а число $\frac{56^{22} \cdot 88^{11}}{2^{n+1}}$ не является целым.

С-2. Основное свойство дроби. Сокращение алгебраических дробей

1. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{328^2 \cdot 562 + 328 \cdot 562^2}{656^2 \cdot 281 - 656 \cdot 281^2}; & \text{в) } \frac{(4m^3n^7)^3 \cdot n \cdot (6m^5n^{13})^2}{(8m^6n^{16})^3 \cdot m} \\ \text{б) } \frac{\frac{763}{256} - \frac{381}{128}}{\frac{777}{256} - \frac{183}{128}}; & \end{array}$$

2. Пусть $\frac{a}{b} = 2$. Найдите:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \frac{3a+7b}{5a-b}; \\ \text{б) } \frac{ab}{3a^2+5b^2}. \end{array}$$

3. Сократите дроби, используя вынесение общего множителя за скобку:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{7m+14n}{21}; & \text{в) } \frac{3a-a^2+5a^3}{3-a+5a^2}; \\ \text{б) } \frac{7m+14n}{3m^2+6mn}; & \text{г) } \frac{2^n \cdot 3^{m-1} + 2^{n-1} \cdot 3^m}{5 \cdot 2^{n-2} \cdot 3^m}. \end{array}$$

4. Сократите дроби, используя формулы квадрата суммы и разности:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{5a+3u}{25a^2+30au+9u^2}; & \text{в) } \frac{(3a+2b)^2 + (2a-3b)^2}{a^4+2a^2b^2+b^4}. \\ \text{б) } \frac{p^2+9q^2+6pq}{2p+6q}; & \end{array}$$

5. Сократите дроби, используя формулы разности квадратов:

а) $\frac{a^2 - b^2}{ac + bc}$;

в) $\frac{(a-b)(b^2 + a^2)}{b^4 - a^4}$;

б) $\frac{m^3n - 100mn^3}{0,7m - 7n}$;

г) $\frac{c^3 - c^2d + cd^2 - d^3}{c^4 - d^4}$.

6. Сократите дроби, используя формулы разности и суммы кубов:

а) $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$;

в) $\frac{a^3 - b^3}{b^3 - a^2b}$;

б) $\frac{a^3 + b^3}{a^2 + 2ab + b^2}$;

г) $\frac{a^3 + 8b^3}{4b^2 + 4ab + a^2}$.

7. Приведите дроби к одному знаменателю:

а) $\frac{1}{7}$ и $\frac{4}{5}$;

в) $\frac{3}{2^{13} \cdot 7^5}$ и $\frac{7}{2^{14} \cdot 7^6}$;

б) $\frac{1}{77}$ и $\frac{4}{55}$;

г)* $\frac{31}{29!}$ и $\frac{1}{28!}$.

8. Приведите дроби к одному знаменателю:

а) $\frac{1}{a}$ и $\frac{2}{b}$;

в) $\frac{3}{a+b}$ и $\frac{7}{3a+3b}$;

б) $\frac{1}{a}$ и $\frac{2}{a \cdot b}$;

г) $\frac{3}{b-a}$ и $\frac{7}{3a-3b}$.

9*. При каких значениях a выполняется равенство:

$$(1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8) = \frac{a^{16}-1}{a-1} ?$$

10. Найдите все такие k , при которых прямая $y = k \cdot x$ не имеет общих точек с графиком функции $y = \frac{1-x^2}{1+x} + 1$.

С-3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

а) $\frac{3a+7}{12} + \frac{7a-5}{12};$

б) $\frac{3a+7}{6} - \frac{7a-5}{6};$

в) $\frac{3a+7b-3c}{4} - \frac{17a-5b-c}{4} + \frac{8a-b+2c}{4}.$

2. Выполните алгебраическое сложение дробей:

а) $\frac{3a+7}{a-1} + \frac{7a-5}{a-1};$

в) $\frac{3a+7}{a-1} - \frac{4a+8}{a-1};$

б) $\frac{8a+7}{a-1} - \frac{7a+6}{a-1};$

г) $\frac{6a+7}{a-1} - \frac{4a+8}{a-1} - \frac{2a-1}{a-1}.$

3. Докажите, что данное выражение не зависит от значения переменных:

$$\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+1} - \frac{1-(a-1)^2}{a^2+b^2+1} - \frac{1-(b+1)^2}{a^2+b^2+1} - \frac{2(a+1)(b-1)}{a^2+b^2+1}.$$

4. Из заданных равенств выберите те, которые верны при всех значениях переменных:

а) $\frac{2a-3b+5c}{7} = -\frac{-2a-3b+5c}{7};$

б) $\frac{2a-3b+5c}{7} = -\frac{-2a+3b+5c}{7};$

в) $\frac{2a-3b+5c}{7} = -\frac{-2a+3b-5c}{7};$

г) $\frac{2a-3b+5c}{7} = -\frac{-2a-3b-5c}{7}.$

5. Из заданных равенств выберите те, которые верны при всех допустимых значениях переменных:

а) $\frac{2a^2 - 3ab - 2b^2}{2a - 3b} = \frac{-2a^2 - 3ab - 2b^2}{3b - 2a}$;

б) $\frac{2a^2 - 3ab - 2b^2}{2a - 3b} = \frac{-2a^2 + 3ab - 2b^2}{3b - 2a}$;

в) $\frac{2a^2 - 3ab - 2b^2}{2a - 3b} = \frac{-2a^2 - 3ab + 2b^2}{3b - 2a}$;

г) $\frac{2a^2 - 3ab - 2b^2}{2a - 3b} = \frac{-2a^2 + 3ab + 2b^2}{3b - 2a}$.

6. Упростите выражения:

а) $\frac{2b - 3c}{b - 5c} + \frac{c - 3b}{5c - b}$;

в) $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{b}{(b-a)^2}$;

б) $\frac{b^4 - 3bc}{b^2 - c^2} + \frac{c^4 - 3cb}{c^2 - b^2}$;

г) $\frac{2b - 3c + d}{5b - 5c + 3d} + \frac{2c - 3b - 2d}{5c - 5b - 3d}$.

7*. Постройте график функции:

а) $y = \frac{3x^2 - x}{x} - \frac{x^2 + 2x}{x}$;

б) $y = \frac{5x^2 - 9x}{x - 2} - \frac{x^2 - 3x}{2 - x}$.

8. Вычислите значение выражения

$$\frac{k}{7} + \frac{k+1}{7} + \frac{k+2}{7} + \frac{k+3}{7} + \frac{k+4}{7} + \frac{k+5}{7} + \frac{k+6}{7}$$

при $k = 3$.

9. Докажите, что при любом натуральном значении k сумма $\frac{k}{7} + \frac{k+1}{7} + \frac{k+2}{7} + \frac{k+3}{7} + \frac{k+4}{7} + \frac{k+5}{7} + \frac{k+6}{7}$ — целое число.

10*. Найдите все положительные значения параметра k , при которых прямая $y = k \cdot x$ не имеет с графиком функции $y = \frac{3x - 2}{x^2 - x} - \frac{1 - 2x}{x - x^2}$ ни одной общей точки.

С-4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

1. Выполните действия:

а) $\frac{4x}{7y+2x} - \frac{2x-7y}{2x+7y};$

б) $\frac{4x}{7y-2x} - \frac{2x-7y}{2x-7y}.$

2. Найдите алгебраическую сумму дробей:

а) $\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3};$

в) $\frac{1}{a^2b} + \frac{2}{ab} - \frac{7}{ab^2};$

б) $\frac{1}{x^{23}} - \frac{2}{x^{32}} + \frac{3}{x^{43}};$

г) $\frac{1}{abc} + \frac{2}{abd} - \frac{3}{bcd} + \frac{5}{acd}.$

3. Запишите выражение в виде алгебраической дроби

а) $3 + \frac{b}{3a+5b};$

в) $\frac{b}{3a-5b} - 3;$

б) $3 - \frac{2b}{3a+5b};$

г) $\frac{b}{3a+5b} - \frac{1}{5}.$

4. Выполните вычитание алгебраических дробей:

а) $\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x+2};$

в) $\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{2}{x-2};$

б) $\frac{x}{(x+2)^2} - \frac{2}{x+2};$

г) $\frac{x}{(x-2)^2} - \frac{2}{2-x}.$

5. Выполните действия с дробями:

а) $\frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{1}{x^2-9};$

б) $\frac{1}{x^2+6x+9} + \frac{1}{9-x^2}.$

6. Произведите сложение нескольких дробей:

а) $\frac{a+1}{25-a^2} - \frac{4}{a+5} + 2;$

б) $\frac{4}{a^2-25} - \frac{2}{a+5} - \frac{a+2}{5-a}.$

7*. Вычислите значение выражения:

$$\frac{3-m^3-n^3}{(m^3+n^3)(m+n)^2} - \left(\frac{1}{m \cdot n \cdot (m^3+n^3)} - \frac{1}{m \cdot n \cdot (m+n)^3} \right)$$

при $m = 0,23$; $n = 0,77$.

8*. Найдите такое число a , при котором разность $\frac{5x+7}{x+1} - a$ представляется как алгебраическая дробь, в числителе которой число.

9*. Найдите натуральные числа m и n такие, что $\frac{7x+11}{x-3} = m + \frac{n}{x-3}$.

10*. Найдите все такие натуральные n , при которых значение дроби $\frac{7n+11}{n-3}$ является натуральным числом.

С-5. Умножение алгебраических дробей, возведение в степень

1. Найдите произведение дробей:

а) $\frac{3ab^2}{c^3} \cdot \frac{8c}{9ab^3}$;

б) $\frac{25(3a+b)^2}{26(c-1)^7} \cdot \frac{13(c-1)^6}{10(b+3a)}$;

в) $\frac{33(m-n)^4}{49(p+2q)^9} \cdot \left(-\frac{7(2q+p)^{10}}{22(n-m)^4} \right)$;

г) $\frac{(m-n)^{17}}{(p+2q)^{13}} \cdot \left(-\frac{(2q+p)^{14}}{(n-m)^{17}} \right)$.

2. Найдите произведение выражений:

а) $a^3 \cdot \frac{c^5}{(ab)^3}$;

в) $(a-3)^3 \cdot \frac{5}{(3-a)^2}$;

б) $(-m^6) \cdot \frac{21}{(mb)^5}$;

г) $(a-3)^3 \cdot \frac{5}{(3-a)^5}$.

3. Произведите действия:

а) $\frac{c^2-p^2}{a^2+4a+4} \cdot \frac{a+2}{c+p}$;

в) $\frac{a^2-b^4}{c+d} \cdot \frac{c^2+2cd+d^2}{a^4-b^8}$;

б) $\frac{c^2-p^2}{4+4a+a^2} \cdot \frac{a+2}{p-c}$;

г) $\frac{a^2+b^4}{d-c} \cdot \frac{c^2-2cd+d^2}{b^8-a^4}$.

4. Представьте выражение в виде дроби:

а) $\frac{c^3-p^3}{4a^2+4a+1} \cdot \frac{2a+1}{c^2+cp+p^2}$;

б) $\frac{a^2-2aq+4q^2}{m+n} \cdot \frac{n+m}{a^3+8q^3}$.

5. Пусть число k на 17 меньше, чем число p . Вычислите значение выражения:

$$\frac{(k-2)^2 - p^2}{25k^2 + 50k + 25} \cdot \frac{(k+1)^2}{k+p-2}.$$

6. Вычислите значение выражения:

$$\left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}\right)^2 \cdot \frac{x^4 - 2x^2y^2 + y^4}{y} \text{ при } x = 0,83; y = 0,17.$$

7*. Число b составляет $\frac{7}{11}$ от числа m , а число k составляет $\frac{33}{70}$ от числа b . Какую часть составляет число k от числа m ?

8*. Вычислите:

а) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right);$

б) $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{x+2999}\right)$

при $x = 1,3$.

9*. Пусть $a + \frac{2}{a} = 11$. Найдите:

а) $\left(a + \frac{2}{a}\right)^2;$

б) $a^2 + \frac{4}{a^2}.$

10*. Точка A лежит на графике функции $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x},$

а точка B на графике функции $y = \frac{x^2 - 3x}{(x-4)(x-1)}.$ Абсциссы точек A и B одинаковые, а модуль произведения их ординат равен 2. Найдите координаты этих точек.

С-6. Деление алгебраических дробей

1. Произведите деление чисел:

а) $\frac{17}{35} : \frac{51}{70}$;

в) $\frac{18}{43} : 9$;

б) $52 : \frac{26}{73}$;

г) $1\frac{7}{8} : 3\frac{3}{4}$.

2. Выполните деление дробей:

а) $\frac{a^7 b^9}{9c^{16}} : \frac{10a^6 b^{10}}{27c^{17}}$;

в) $\frac{16m^9}{c^5} : (2 \cdot c \cdot m^3)^3$;

б) $3a^4 b : \frac{15a^3 b^2}{c}$;

г) $\left(\frac{3a^3}{2b^7}\right)^5 : \left(\frac{9a^5}{8b^{12}}\right)^3$.

3. Представьте выражение в виде дроби и, если можно, сократите эту дробь:

а) $\frac{a^2 - b^2}{m + 2n} : \frac{b + a}{4n^2 - m^2}$;

в) $\frac{a^4 - b^2}{m^3 - 2n^3} : \frac{b^2 + a}{4n^6 - m^6}$;

б) $\frac{a^2 - b^2}{4n - 2m} : \frac{b - a}{4n^2 - m^2}$;

г) $\frac{a^2 - b^6}{6n - 42m} : \frac{b^3 - a}{n^2 - 49m^2}$.

4. Упростите выражение $\frac{\frac{1}{a} + 1}{\frac{1}{a} - 1} : \frac{1}{a^2 - 1}$ и вычислите его

значение, если $a = -0,99$.

5*. Вычислите значение выражения:

$$\frac{a^3 - 8d^3}{27a^3 + d^3} : \frac{a^2 + 2ad + 4d^2}{9a^2 - 3ad + d^2},$$

если число a составляет 30% от числа d .

6*. Из соотношения $\frac{a}{c} = 1 - \frac{b}{d}$ выразите:

- а) a через b, c и d ; в) c через a, b и d ;
б) b через a, c и d ; г) d через a, b и c .

7*. Число a относится к числу b , как $2 : 5$, а число b относится к числу c , как $8 : 9$. Найдите отношение:

- а) $\frac{a}{c}$; в) $\frac{a+c}{b+c}$;
б) $\frac{a \cdot c}{b^2}$; г) $\frac{a-c}{b+a}$.

8*. Постройте график функции $y = 1 : \frac{1}{x-5} + 2$.

9*. На координатной плоскости укажите все точки с координатами $(x; y)$ такие, что частное от деления дроби $\frac{2x-4}{x+y-2}$ на дробь $\frac{2-x}{2-x-y}$ не равно 2.

10*. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x-3}{x^3+ax^2-10a+1} = 0$ не имеет решений?

С-7. Совместные действия с алгебраическими дробями

1 — 8. Выполните действия с алгебраическими дробям

$$1. \left(\frac{z}{t} - \frac{t}{z} \right) \cdot \frac{5tz}{z-t}.$$

$$2. \left(\frac{5x^2}{x-3} \right)^2 \cdot \left(\frac{x^2-6x+9}{5x^2} \right)^2 - x^2.$$

$$3. \left(\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x+3} \right) : \frac{4x^2+4x+24}{x^2-9}.$$

$$4. \frac{5}{5x-2} - \frac{2}{x+3} : \frac{5x-2}{9x^2-1}.$$

$$5. \frac{472,472b^3a}{c^5} \cdot \frac{c^2}{1,1b} \cdot \frac{c^3}{0,7b} : \frac{1,3a}{c} + 28bc.$$

$$6. \left(\frac{a+b}{a^2-ab} - \frac{2b}{a^2-b^2} \right) \cdot \frac{b^2-a^2}{1+\frac{b^2}{a^2}}.$$

$$7. \frac{\frac{a+b}{a} \cdot \left(\frac{a}{b} - \frac{a}{a+b} \right)}{\frac{m+b}{m} \cdot \left(\frac{m}{b} - \frac{m}{m+b} \right)}.$$

$$8. \left(\frac{1}{2-4b} + \frac{b+1}{8b^3-1} \cdot \frac{4b^2+2b+1}{1+2b} \right) : \frac{1}{4b-2}.$$

9*. Упростите выражение

$$\left(\frac{2}{(1-x)^2} + \frac{1}{x^2-1} \right) \cdot (x-1)^2 - \frac{3x}{x+1}$$

и найдите его значение при $x = -1,5$.

10*. Постройте график функции:

$$y(x) = \frac{(3x-1)(3x-9)}{2(x^2-9)} - \frac{2x-9}{x+3} + x.$$

С-8. Функция $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) и ее график

1. Заполните таблицу значений функций:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = \frac{1}{x}$										
$y = \frac{2}{x}$										
$y = \frac{-3}{x}$										

Постройте на одном чертеже графики функций

$$y = \frac{1}{x}; y = \frac{2}{x}; y = \frac{-3}{x}.$$

2. Сопоставьте в таблице свойства графиков функций:

- а) график лежит в 1 и 2 четвертях;
- б) график лежит в 1 и 3 четвертях;
- в) график лежит в 1 и 4 четвертях;
- г) график лежит в 2 и 3 четвертях;
- д) график лежит в 2 и 4 четвертях;
- е) график лежит в 3 и 4 четвертях.

$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{-3}{x}$	$y = \frac{2}{x}$	$y = 0,5$	$y = -0,5$	$y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{при } x < 0 \\ 2 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

3. При каком значении параметра p точка с координатами $(p; 2)$:

- а) лежит на графике $y = \frac{1}{x}$;

б) лежит на графике $y = \frac{-3}{x}$;

в) не лежит на графике $y = \frac{2}{x}$?

4. При каком значении параметра t точка с координатами $(-1; t)$:

а) лежит на графике $y = \frac{1}{x}$;

б) лежит на графике $y = \frac{-3}{x}$;

в) не лежит на графике $y = \frac{2}{x}$?

5. Используя построенные графики, определите количество общих точек этих графиков с графиками заданных в таблице функций (например: 1 точка, 2 точки, 0 точек, бесконечно много точек и т.п.):

	$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{2}{x}$	$y = \frac{-3}{x}$
$y = 3x$			
$y = -x$			
$y = -2$			
$y = 6 - x$			
$y = 0,06 - x$			
$y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{при } x < 0 \\ 2 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$			

6. Сопоставьте в таблице расположение точки относительно графика функции:

а) точка лежит на графике функции;

б) точка лежит выше графика функции;

в) точка лежит ниже графика функции;

г) расположение точки невозможно определить.

	$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{2}{x}$	$y = \frac{-3}{x}$
$M(0,5; 2)$			
$N(-3; 1)$			
$P(2; 2)$			
$T(-1; 3)$			
$K(-100; 100)$			
$L(-3^{36}; 9^{18})$			

7*. Найдите расстояние между точками A и B , если:

- а) точка A лежит на графике функции $y = \frac{2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{1}{x}$ и обе точки имеют абсциссу 2;
- б) точка A лежит на графике функции $y = \frac{2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{-3}{x}$ и обе точки имеют абсциссу 1;
- в) точка A лежит на графике функции $y = \frac{2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{-3}{x}$ и обе точки имеют ординату 1.

8*. Пусть точка A лежит на графике функции $y = \frac{1}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{2}{x}$. Для каждого $m \neq 0$ найдите расстояние между точками A и B , если обе точки имеют абсциссу $\frac{1}{m}$.

9*. Пусть точка A лежит на графике функции $y = \frac{2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{-3}{x}$. Для каждого $m \neq 0$ найдите расстояние между точками A и B , если обе точки имеют ординату $\frac{1}{m}$.

10*. Прямая, проходящая через начало координат, имеет с графиком функции $y = \frac{2}{x}$ общую точку, у которой отношение ординаты к абсциссе равно 8. Найдите:

а) уравнение прямой;

б) координаты всех точек пересечения этой прямой с графиком функции $y = \frac{2}{x}$.

С-9. Арифметический квадратный корень

1. Какие из данных утверждений являются верными, а какие нет?

а) $\sqrt{36} = \pm 6$;

г) $\sqrt{36} = 5,5$;

б) $\sqrt{36} = -6$;

д) $\sqrt{-36} = -6$.

в) $\sqrt{36} = 6$;

Верные утверждения	Неверные утверждения

2. Вычислите:

а) $\sqrt{1} + \sqrt{4} - \sqrt{9} + \sqrt{16} - \sqrt{0}$;

б) $\sqrt{16} + \sqrt{25} - (\sqrt{36} - \sqrt{49}) + \sqrt{64}$;

в) $\sqrt{100} + \sqrt{10000} - \sqrt{1000000} - \sqrt{1}$;

г) $\sqrt{0,0001} - \sqrt{0,01}$.

3. Вычислите:

а) $(\sqrt{16})^2 - (\sqrt{25})^2 + (\sqrt{144})^2$;

б) $(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{11})^2 + (\sqrt{166})^2$;

в) $\left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{25}{16}}\right)^2$;

г) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2$.

4. Даны графики функций:

а) $y = 4 - \sqrt{x+4}$;

б) $y = x^2 - 12$;

в) $y = \sqrt{x} - \sqrt{5} + 1$;

г) $y = \frac{\sqrt{x+20}}{5};$

д) $y = (30x - 17)^2 - 17\sqrt{x-12}.$

Заполните таблицу:

График функции проходит через точку A(5; 1)	График функции не проходит через точку A(5; 1)

5. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел, найдите значения функции $y = \sqrt{x+1} - 1$ при данных значениях переменной:

x	143	1155	2115	4623	5183	7395	9408
y							

6. Пользуясь при необходимости микрокалькулятором, найдите наибольшее натуральное число, меньшее, чем $\sqrt{m}$:

m	48	450	4887	5328	939407,2
Наибольшее натуральное число, меньшее, чем $\sqrt{m}$.					

7. Не пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел и микрокалькулятором, найдите значения функции $y = (\sqrt{x+1})^2 - 1$ при данных значениях переменной:

x	143	1155	2115	4623	5183	7395	9408
y							

8. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x} = 9;$

в) $2\sqrt{x} - 5 = 0;$

б) $\sqrt{x} - 12 = 0;$

г) $\sqrt{3x+1} = -9.$

9*. Решите уравнения:

а) $(\sqrt{x}-6) \cdot (x-6)=0$;

б) $(\sqrt{x}-6) \cdot (x+6)=0$.

10*. Выберите утверждение, объясняющее, почему корень из данного числа не является натуральным числом.

а) Квадраты натуральных чисел не могут оканчиваться данной цифрой.

б) Данное число находится между двумя соседними числами в таблице квадратов натуральных чисел.

в) Данное число делится на 2, но не делится на 4.

г) Данное число при делении на 3 дает в остатке 2.

Число	7888775	422534	325672	7136	123806
Утверждение					

С-10. Уравнение $x^2 = a$

1. Сколько различных корней имеет уравнение? Ответы занесите в таблицу:

Уравнение	Число различных корней
$x^2 = 25$	
$x^2 = 23$	
$x^2 = -7$	
$x^2 = 23^0 - 1$	
$x^2 = 0$	
$x^2 = (\sqrt{31})^2 - 2^5$	
$x^2 = (\sqrt{32})^2 - 2^5$	

2. Решите уравнения:

а) $x^2 = 9$;

г) $x^2 = \sqrt{9}$;

б) $x^2 = 49$;

д) $x^2 = \sqrt{41} - 9$;

в) $x^2 = 13$;

е) $x^2 = 11 - \sqrt{121}$.

3. Найдите корни уравнения:

а) $x^3 - 9x = 0$;

в) $x^3 + 49x = 0$;

б) $x^3 = 49x$;

г) $x^3 - 13x^2 = 0$.

4. Найдите корни уравнения:

а) $(x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0$;

в) $x^2 - 57^2 = 0$;

б) $(x^2 - 4)(x^2 + 121) = 0$;

г) $x^4 - 73^2 = 0$.

5. Найдите длину отрезка, концами которого являются точки пересечения графика функции $y = x^2$ и прямой $y = 25$.

6. При каких значениях переменной значение данного выражения равно нулю?

а) $\frac{x^2-9}{x+27}$;

в) $\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$;

б) $\frac{x^2-9}{9x+27}$;

г) $\frac{x^2-9}{|x|-|6-x|}$.

7*. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2-9}{x+a}=0$ имеет единственный корень? Для каждого такого значения a укажите этот корень.

8*. Найдите сумму всех таких натуральных двузначных чисел n , при которых корни уравнения $x^2=n$ — целые числа.

9*. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(-7; 5)$ и пересекающей график функции $y=x^2$ в двух точках с одинаковыми ординатами.

10*. Найдите все значения параметра b , при которых сумма всех корней уравнения

$$\frac{(x^2-9)(x^2-16)(x^2+25)(x^2-49)}{2x+b}=0$$

есть положительное число.

С-11. Значения квадратного корня.

Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства

1. Заполните таблицу значений функции на отрезке $[0; 4]$.

x	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{16}{25}$	1	$\frac{25}{16}$	$\frac{49}{25}$	$\frac{25}{9}$	4
$\sqrt{x}$										

Определите по таблице те значения переменной, для которых верны высказывания:

Высказывание	$x = \sqrt{x}$	$x > \sqrt{x}$	$x < \sqrt{x}$
Те значения переменной, для которых высказывание верно			

2. Используя таблицу квадратов, найдите абсциссы точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их ординатам:

x							
$y = \sqrt{x}$	13	27	39	46	76	83	97

3. Используя таблицу квадратов, найдите ординаты точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их абсциссам:

x	729	1369	2916	3136	4761	6241	9409
$y = \sqrt{x}$							

4. Используя свойства функции $y = \sqrt{x}$, запишите числа в порядке возрастания: $\sqrt{73}$; $\sqrt{23}$; $\sqrt{0,73}$; $\sqrt{2,3}$; $\sqrt{\frac{73}{99}}$.

5. Запишите числа в порядке убывания:

$$\sqrt{77} + \sqrt{73}; \sqrt{77} + \sqrt{23}; \sqrt{77} + \sqrt{0,73}; \sqrt{77} + \sqrt{2,3}; \sqrt{77} + \sqrt{\frac{73}{99}}.$$

6. Найдите сумму двух соседних целых чисел, между которыми находится данное число:

Данное число	$\sqrt{7}$	$\sqrt{77}$	$\sqrt{777}$	$\sqrt{7777}$	$\sqrt{0,77777}$
Искомая сумма					

7*. Определите, имеет ли отрезок AB общие точки с графиком функции $y = \sqrt{x}$, если $A(7; 0)$ и

- а) $B(7; -2,5)$; в) $B(7; 3,5)$;
б) $B(7; 2,5)$; г) $B(0; 1,5)$.

8*. Найдите значение выражения:

$$|9-\sqrt{117}|+|10-\sqrt{117}|+|11-\sqrt{117}|+|12-\sqrt{117}|+|13-\sqrt{117}|+|14-\sqrt{117}|.$$

9*. Найдите отношение большего катета прямоугольного треугольника OAB к его меньшему катету, если точка A — вершина прямого угла, точка O — начало координат, точка B лежит на графике функции $y = \sqrt{x}$ и

- а) $A(16; 0)$; в) $A(0; 16)$;
б) $A(0, 16; 0)$; г) $A(0; 0, 16)$.

10*. Какие из данных высказываний являются верными?

- А) Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{0,01}$ это цифра 1;
- Б) Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{0,9}$ это цифра 3;
- В) Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{0,3}$ это цифра 5;
- Г) Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{0,5}$ это цифра 7;
- Д) Первая цифра после запятой в десятичной записи числа $\sqrt{0,04}$ это цифра 0.

С-12. Корень из произведения и частного, произведение и частное квадратных корней

1. Вычислите:

а) $(\sqrt{36} \cdot \sqrt{4})^2$;

в) $\left(\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}}\right)^2$;

б) $(\sqrt{31} \cdot \sqrt{10})^2$;

г) $\left(\frac{\sqrt{43}}{\sqrt{5}}\right)^2$.

2. Вычислите значение выражения $\sqrt{a \cdot b}$ при:

а) $a = 25$, $b = 36$;

в) $a = 0,04$, $b = 121$;

б) $a = 49$, $b = 100$;

г) $a = 640000$, $b = 9$.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при

а) $a = 25$, $b = 36$;

в) $a = 2,5$, $b = 360$;

б) $a = 50$, $b = 18$;

г) $a = 750$, $b = 120$.

4. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{\frac{144}{25}}$;

в) $\sqrt{11\frac{1}{9}}$;

б) $\sqrt{4\frac{21}{25}}$;

г) $\sqrt{1 - \frac{25}{169}}$.

5. Упростите:

а) $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}$;

в) $\frac{\sqrt{4,9}}{\sqrt{3,6}}$;

б) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{98}}$;

г) $\frac{\sqrt{\frac{169}{17}}}{\sqrt{\frac{25}{17}}}$.

6. Числа a и b таковы, что $\begin{cases} a-b=16 \\ a+b=121 \end{cases}$. Не решая системы, вычислите:

а) $\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-ab}}$;

б) $\sqrt{a^2-b^2}$.

7. Вычислите корень, преобразовав подкоренное выражение в произведение:

а) $\sqrt{13^2-5^2}$;

б) $\sqrt{113^2-112^2}$;

в) $\sqrt{83^3 \cdot 2^2 - 83^2 \cdot 2^3}$;

г) $\sqrt{(101^2+99^2)^2 - (101^2-99^2)^2}$.

8. Пусть положительные числа a ; b ; c таковы, что $a^2+b^2=c^2$. Заполните пустые клетки таблицы:

a	5	3			52,5
b	12		15	5	
c		5	25	13	68,5

9*. При каких значениях переменной x выполняется равенство:

$$\sqrt{(x-1)(x-9)} = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-9}?$$

10*. При каких значениях параметра a прямая $y = ax - 1$ не имеет общих точек с графиком функции

$$y = \frac{(x-4)\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-4}}?$$

С-13. Корень из степени, возведение корня в степень

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{12,5^2}$;

в) $\sqrt{(-137)^2}$;

б) $\sqrt{370^2}$;

г) $\sqrt{\left(-\frac{23}{32}\right)^2}$.

2. Упростите выражение: $\sqrt{(-23)^2} + (\sqrt{23})^2 + \sqrt{23^2}$.

3. Извлеките квадратный корень из чисел:

а) 2^{10} ;

в) $5^{24} \cdot 7^{20} \cdot 13^{26}$;

б) 3^{16} ;

г) $5^{18} \cdot 7^{31} \cdot 35^3$.

4. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{10^{11} - 10^{10}}}{10^6}$;

б) $\frac{\sqrt{15^{15} + 15^{14}}}{3^7 \cdot 5^8}$.

5. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{(2^5 - 3^3)^2}$;

в) $\sqrt{(2^{14} - 4^7)^2}$.

б) $\sqrt{(2^5 - 3^4)^2}$;

6. Вычислите:

а) $\sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$;

б) $\sqrt{(2 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$.

7*. Упростите выражение:

а) $4\sqrt{a^2} + 3(\sqrt{a})^2$;

в) $4\sqrt{(-c)^2} + 3(\sqrt{c})^2$;

б) $4\sqrt{b^2} + 3(\sqrt{-b})^2$;

г) $4\sqrt{(-d)^2} + 3(\sqrt{-d})^2$.

8*. Постройте график функции:

$$y = \sqrt{x} - \sqrt{(-\sqrt{x} - 2)^2}.$$

9*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{2^{22}} = |2^{11}|;$

д) $\sqrt{(a^2 + b^2)^2} = |a^2 + b^2|;$

б) $\sqrt{b^{24}} = |b^{12}|;$

е) $\sqrt{(7 - \sqrt{47})^2} = |7 - \sqrt{47}|;$

в) $\sqrt{a^{22}} = |b^{11}|;$

ж) $\sqrt{(\sqrt{x} - 1)^2} = |\sqrt{x} - 1|;$

г) $\sqrt{(a^2 - b^2)^2} = |a^2 - b^2|;$

з) $\sqrt{(\sqrt{x} + 1)^2} = |\sqrt{x} + 1|.$

10*. Докажите, что если натуральное число n имеет ровно три различных натуральных делителя, то число $\sqrt{n}$ также натуральное.

а) $\sqrt{2 \cdot 3^2}$; г) $\sqrt{4 \cdot 3^5}$;
б) $\sqrt{2 \cdot 5^4}$; д) $\sqrt{2^5 \cdot 3^7}$.
в) $\sqrt{2 \cdot 7^8}$;

a) $\sqrt{40}$; г) $\sqrt{9800}$;
б) $\sqrt{200}$; д) $\sqrt{0,02}$.
в) $\sqrt{4000}$;

a) $\sqrt{4a}$; в) $\sqrt{45c}$;
б) $\sqrt{12b}$; г) $\sqrt{32d}$.

a) $\sqrt{2a^2}$; в) $\sqrt{45c^4}$;
б) $\sqrt{3b^3}$; г) $\sqrt{32d^6}$.

a) $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{48}$; б) $3\sqrt{2} - 5\sqrt{18} + 2\sqrt{50}$.

$$\frac{\sqrt{9a} + 2\sqrt{25a} - 7\sqrt{64a}}{\sqrt{6a}}$$

а) $\sqrt{-a^5} = a^2 \sqrt{-a}$;
 б) $\sqrt{-a^5} = -a^2 \sqrt{-a}$;
 в) $\sqrt{-a^5} = -a^2 \sqrt{a}$;

г) $\sqrt{-a^5} = a^2\sqrt{a}$;

д) выражение $\sqrt{-a^5}$ – не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $\sqrt{-a^3} = a\sqrt{-a}$;

б) $\sqrt{-a^3} = -a\sqrt{-a}$;

в) $\sqrt{-a^3} = -a\sqrt{a}$;

г) $\sqrt{-a^3} = a\sqrt{a}$;

д) выражение $\sqrt{-a^8}$ – не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{-3a^3}$;

в) $\sqrt{-25c^7}$;

б) $\sqrt{-2b^5}$;

г) $\sqrt{-48d^9}$.

10*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{2a^2} = |a| \cdot \sqrt{2}$;

г) $\sqrt{32d^6} = 4|d^3| \cdot \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{17b^3} = |b| \cdot \sqrt{17b}$;

д) $\sqrt{-48d^9} = 4|d^4| \cdot \sqrt{-3d}$;

в) $\sqrt{5c^4} = |c^2| \cdot \sqrt{5}$;

е) $\sqrt{-8c^7} = 2|c^3| \cdot \sqrt{-2c}$.

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $-b\sqrt{b} = \sqrt{-b^3}$;

б) $-b\sqrt{b} = -\sqrt{-b^3}$;

в) $-b\sqrt{b} = -\sqrt{b^3}$;

г) $-b\sqrt{b} = \sqrt{b^3}$;

д) в случае $-b\sqrt{b}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $a\sqrt{-a} = \sqrt{-a^3}$;

б) $a\sqrt{-a} = -\sqrt{a^3}$;

в) $a\sqrt{-a} = -\sqrt{-a^3}$;

г) $a\sqrt{-a} = \sqrt{a^3}$.

д) В случае $a\sqrt{-a}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

10*. Внесите множитель под знак корня:

а) $a\sqrt{3a}$;

в) $5a\sqrt{-3a}$;

б) $-5a\sqrt{2a}$;

г) $-10b\sqrt{-10b}$.

С-16. Действия с корнями

1. Упростите выражения:

а) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$;

б) $(3\sqrt{3}-5\sqrt{2})(5\sqrt{3}+3\sqrt{2})+8\sqrt{24}$;

в) $\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})+\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})$.

2. Вычислите:

а) $(6-\sqrt{7})^2+(3+2\sqrt{7})^2$;

б) $\frac{(3\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-(1-\sqrt{6})^2-22}{\sqrt{54}}$.

3. Упростите:

а) $\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

б) $\frac{4a-3b}{2\sqrt{a}-\sqrt{3b}}$;

в) $\left((2\sqrt{a}-3\sqrt{b})^2-(2\sqrt{a}+3\sqrt{b})^2\right)^2$.

4. Упростите: $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-y}-\frac{1}{\sqrt{x}+y}\right) \cdot \frac{x^2-y^4}{y}$.

5*. Внесите множитель под знак корня:

а) $(2+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

б) $(2-\sqrt{5}) \cdot \sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

6. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;

в) $\frac{7}{\sqrt{14}}$;

б) $\frac{5}{\sqrt{3}}$;

г) $\frac{1}{31\sqrt{5}}$.

7. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$;

в) $\frac{7}{\sqrt{13}-\sqrt{6}}$;

б) $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$;

г) $\frac{4}{31\sqrt{5}-31}$.

8*. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x-1}=2$;

б) $\sqrt{x-4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{x-4\sqrt{5}}=2-\sqrt{5}$.

9*. Постройте график функции $y=\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}+1$ и определите, сколько у этого графика общих точек с прямой $y=2+x$.

10*. Пусть $a+\frac{4}{a}=7$. Найдите значение выражения

$$\sqrt{a}+\frac{2}{\sqrt{a}}.$$

С-17*. Квадратные корни

1. Упростите выражение:

а) $(5 - \sqrt{2})^2 - 10\sqrt{27 - 10\sqrt{2}}$;

б) $(2 - \sqrt{5})^2 + 4\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$.

2. Сравните числа $\frac{2}{\sqrt{31} - \sqrt{29}}$ и $\frac{4}{\sqrt{27} - \sqrt{23}}$ (советуем из-

бавиться от иррациональности в знаменателях дробей).

3. Определите:

а) Между какими соседними натуральными числами находится число $2\sqrt{6}$;

б) Найдите ближайшее к $\sqrt{6}$ целое число.

4. Пусть $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

а) Найдите x^2 .

б) Каким числом является число x : натуральным, целым, отрицательным, иррациональным?

5. Упростите выражение $\frac{4u - v}{2\sqrt{u} - \sqrt{v}} + \frac{u - 2\sqrt{uv} + v}{\sqrt{u} - \sqrt{v}}$ и вычислите его значение при $u = \frac{1}{25}$, $v = 1,9$.

6*. Является ли число $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ корнем уравнения

$$x^4 - 10x^2 + 1 = 0?$$

7*. Найдите сумму: $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} +$

$$+ \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{121} + \sqrt{120}}.$$

8*. Найдите все такие натуральные числа a и b , что $\sqrt{67+42\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$.

9*. Сократите дроби:

а) $\frac{a+b}{\sqrt{-a}+\sqrt{b}};$

б) $\frac{9a-2b}{3\sqrt{-a}+\sqrt{-2b}}.$

10*. Постройте график функции

$y = \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1}$ и определите, при каких значениях параметра k этот график не имеет общих точек с прямой $y = k - x$.

С-18. Неполные квадратные уравнения

1. Заполните таблицу коэффициентов a ; b ; c квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$:

Уравнение	$x^2 - 3x + 1 = 0$	$2x^2 - x = 0$	$5 - x^2 - 3x = 0$	$x^2 - 31 = 0$
Старший коэффициент: a				
Второй коэффициент: b				
Свободный член: c				

2. Запишите в таблицу квадратное уравнение с данными коэффициентами:

Старший коэффициент: a	-1	2	-3	-1	11
Второй коэффициент: b	1	0	-1	2	0
Свободный член: c	-3	0	7	0	-8
Уравнение					

3. Решите неполное квадратное уравнение вида

$$ax^2 + bx = 0, a \neq 0:$$

а) $x^2 - 7x = 0$;

в) $x^2 + x\sqrt{7} = 0$;

б) $x^2 + 3x = 0$;

г) $\sqrt{2}x^2 - 6x = 0$.

4. Решите неполное квадратное уравнение, приводящееся к виду $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$:

а) $3x^2 = 5x$;

в) $(x-3)^2 + (2x+4)^2 = (3x-5)^2$;

б) $\sqrt{3}x^2 = -9x$;

г) $\frac{x^2 - 3x + 7}{7} = \frac{2x^2 + 11}{11}$.

5. Решите неполное квадратное уравнение вида

$$ax^2 + c = 0, a \neq 0:$$

а) $x^2 - 64 = 0;$

в) $x^2 - 11 = 0;$

б) $x^2 + 36 = 0;$

г) $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{17} = 0.$

6. Решите неполное квадратное уравнение, приводящееся к виду $ax^2 + c = 0, a \neq 0:$

а) $3x^2 = 363;$

в) $(x-7)^2 + (x-11)^2 = (2x-9)^2;$

б) $\sqrt{3}x^2 = -9;$

г) $\frac{x^2 - 7x - 1}{7} = \frac{2x^2 - 11x + 5}{11}.$

7. Найдите натуральное число, квадрат которого на 27 меньше квадрата натурального числа в два раза больше искомого.

8. Найдите три последовательных целых числа, такие, что сумма квадратов двух наименьших из них на 3 меньше квадрата большего.

9. Установите соответствие между данными числами и уравнениями, корнями которых данные числа являются.

Числа:

а) 1; б) $-\sqrt{7};$ в) - 2; г) $-\frac{1}{3}.$

Уравнения:

1) $3x^2 + x = 0;$

4) $\sqrt{7}x^2 = \sqrt{7} - 7;$

2) $(1 - \sqrt{7}) \cdot x^2 + \sqrt{7} - 1 = 0;$

5) $x^2 + 7x + 10 = 0.$

3) $x^3 = 7x;$

а	б	в	г

10*. Для каждого значения параметра b найдите количество различных корней уравнения:

$$\frac{x^2 - 4x}{2 + \sqrt{x - b}} = 0.$$

С-19. Формула корней квадратного уравнения

1. Решите уравнения:

а) $(3x-1)^2=1$;

в) $(2x-\sqrt{3})^2=27$;

б) $(3-5x)^2-16=0$;

г) $(3-x\sqrt{2})^2=4-3\sqrt{2}$.

2. Заполните пропуски в записях тождеств:

а) $x^2-6x+\dots=(x-\dots)^2$;

б) $9x^2-6x+\dots=(3x-\dots)^2$;

в) $x^2-x+\dots=(x-\dots)^2$;

г) $x^2-ax+\dots=(x-\dots)^2$.

3. Проверьте тождество

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a} \text{ при } a \neq 0.$$

4. Найдите дискриминант каждого из уравнений и сделайте вывод о корнях уравнения (нет корней, один корень, два различных корня).

Уравнение	$D = b^2 - 4ac$	О корнях
$3x^2 - 2x - 5 = 0$		
$5x^2 - x + 1 = 0$		
$x^2 - 14x + 49 = 0$		
$3x^2 - 2x - 5 = 0$		
$x^2 + x + 3 = 0$		
$2 - x^2 + x = 0$		

5. Решите квадратные уравнения:

- а) $3x^2 + x - 2 = 0$; в) $7x^2 + 5x + 2 = 0$;
 б) $x^2 + 7x - 32 = 0$; г) $9x^2 + 12x + 4 = 0$.

6. Решите квадратные уравнения:

- а) $3x^2 + x - 1 = 0$; в) $x^2 + 5x + 2 = 0$;
 б) $x^2 + 7x + 13 = 0$; г) $x^2 + 2x \cdot \sqrt{7} + 7 = 0$.

7. Найдите корни уравнения:

- а) $\frac{2x^2 + 1}{3} = x$; б) $\frac{x^2 - 9x}{10} = \frac{1 - 4x}{5}$.

8. Оценив значение дискриминанта, установите соответствие между данными утверждениями и квадратными уравнениями:

- А) Уравнение имеет два различных корня.
 Б) Уравнение имеет ровно один корень.
 В) Уравнение не имеет корней.
 Г) Уравнение имеет корни.

Уравнения:

- 1) $3x^2 + x - 131 = 0$;
 2) $x^2 - 233x + 3 = 0$;
 3) $127x^2 + 128x + \frac{129}{4} = 0$;
 4) $13x^2 + 2x\sqrt{13} + 1 = 0$;
 5) $143x^2 - x\sqrt{5} - 0,7 = 0$;
 6) $(1 + \sqrt{7}) \cdot x^2 + x\sqrt{7} + 1 = 0$.

А	Б	В	Г

9*. Найдите дискриминант квадратного уравнения:

а) $2x^2 - x + a = 0$;

в) $p \cdot x^2 - 3x + p = 0, p \neq 0$;

б) $3x^2 + r \cdot x - r^3 = 0$;

г) $2x^2 - x + q - 1 = 0$.

10*. Найдите все натуральные значения параметра n , при которых уравнение $n \cdot x^2 - 3x + 1 = 0$ имеет два различных корня.

С-20. Решение квадратных уравнений и их применение для решения задач

1. Найдите абсциссы общих точек графиков функций:

а) $y = x^2$ и $y = x + 3$;

б) $y = -x^2$ и $y = x^2 + 3x - 5$.

2. Найдите ординаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = x^2$ и $y = 2x^2 - 3x + 2$;

б) $y = -x^2$ и $y = x^2 + 16x + 32$.

3. Найдите количество общих точек графиков функций.

$y = f(x)$	$y = x^2 - x$	$y = x^2 - x$	$y = x^2$	$y = x^2$
$y = g(x)$	$y = 3$	$y = -3$	$y = 3 - x$	$y = -4 - 4x$
Количество общих точек				

4. Решите уравнения:

а) $(2x - 3)^2 + (5x - 1)^2 = 10$;

б) $(2x - 3)^2 + (5x - 1)^2 = 17x$;

в) $(2x - 3)^2 + (5x - 1)^2 = -10$.

5. Найдите катет прямоугольного треугольника, если он меньше гипотенузы на 1 и больше второго катета на 7.

6. Рассмотрите задачу: «Найдите длину большей стороны прямоугольника, если его периметр равен 20, а площадь 24». Выберите уравнение, соответствующее условию данной задачи, при условии, что x обозначили искомую длину.

а) $x(20 - x) = 24$;

в) $x(10 - x) = 24$;

б) $x^2 + (10 - x)^2 = 24$;

г) $x(10 + x) = 24$.

7*. Решите уравнения:

а) $|x|^2 = 3x + 10$;

б) $5x + 9 = |x + 3|^2$.

8*. Найдите все такие значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 - 3x + 2)(x - a) = 0$ имеет ровно два различных корня.

9*. Существуют ли такие значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 - 3x + 2)^2 + (x - a)^2 = 0$ имеет хотя бы один корень?

10*. Найдите все такие натуральные значения b , при которых корни уравнения $x^2 - 5x + b = 0$ целые числа.

С-21*. Квадратные уравнения (дополнительно)

1. Решите квадратные уравнения:

а) $3x^2 - 5x + 2 = 0$; в) $3(x+3)^2 - 5(x+3) + 2 = 0$.

б) $3(x-1)^2 - 5(x-1) + 2 = 0$;

2. Решите квадратные уравнения:

а) $5x^2 + 3x - 8 = 0$; в) $5\left(\frac{x}{7}\right)^2 + 3\left(\frac{x}{7}\right) - 8 = 0$.

б) $5(2x)^2 + 3(2x) - 8 = 0$;

3. Пусть уравнение $17x^2 - 13x - 5 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$), а уравнение $17(t+1)^2 - 13(t+1) - 5 = 0$ имеет корни t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$). Не решая этих уравнений, найдите $\frac{1}{x_1 - t_1} + \frac{2}{x_2 - t_2}$.

4. Пусть уравнение $17x^2 - 13x - 5 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$), а уравнение $17(2t)^2 - 13(2t) - 5 = 0$ имеет корни t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$). Не решая этих уравнений, найдите $\frac{x_1}{t_1} + \frac{x_2}{t_2}$.

5. Не решая уравнения $3x^2 - 7x + 2 = 0$, составьте новое уравнение, корни которого:

- а) на 1 больше корней данного уравнения;
- б) на 2 меньше корней данного уравнения.

6. Не решая уравнения $x^2 - 7x + 2 = 0$, составьте новое уравнение, корни которого:

- а) равны корням данного уравнения, увеличенным в 2 раза;
- б) равны корням данного уравнения, уменьшенным в 3 раза.

7. Не решая уравнения $x^2 - 7x - 13 = 0$, составьте новое уравнение, корнями которого являются:

- а) числа противоположные корням данного уравнения;
- б) числа обратные корням данного уравнения.

8. Существует ли такое значение параметра b , при котором:

- а) сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 3x + b = 0$ равна 95? Если не существует, то почему? Если существует — найдите все такие значения b ;
- б) сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 3x + b = 0$ равна 2? Если не существует, то почему? Если существует — найдите все такие значения b .

9. Не решая уравнения, найдите сумму всех различных его корней:

- а) $(5x^2 + 7x + 1)(5x^2 - 13x + 2) = 0$;
- б) $(5x^2 + 7x + 1)(5x^2 - 13x + 122) = 0$.

10. Для каждого значения параметра b найдите количество различных корней уравнения:

- а) $(x - 5) \cdot (x^2 - (b + 3)x + 3b) = 0$;
- б) $(x + 2b) \cdot (x^2 - (b + 3)x + 3b) = 0$.

С-22. Теорема Виета

1. Выберите правильные предложения и запишите соответствующие им буквы в ответ:

а) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -b$, $x_1 \cdot x_2 = c$.

б) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = \frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

в) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

г) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{2a}$.

д) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{c}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$.

2. Три из данных четырех квадратных уравнений имеют два различных корня, а одно корней не имеет. Не решая уравнений, найдите сумму и произведение корней каждого из этих трех уравнений:

а) $3x^2 - 7x - 9 = 0$;

в) $3x^2 - 5x + 9 = 0$;

б) $x^2 - 7x + 1 = 0$;

г) $0,5x^2 - x - 1 = 0$.

Буква соответствующего уравнения				
Сумма корней				
Произведение корней				

3. Не решая уравнения $x^2 - 6x - 14 = 0$, найдите:

a) $x_1 + x_2$;

B) $x_1(x_2 - 1) + x_2 \cdot (x_1 - 1)$;

6) $x_1 \cdot x_2$;

$$\Gamma) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$$

4. Каждое из данных уравнений имеет два различных корня. Один из них известен. Найдите другой.

Уравнение	x_1	x_2
$x^2 - 3x + 2 = 0$	1	
$x^2 - 7x + 12 = 0$	3	
$2x^2 + 5x + 2 = 0$	0,5	
$2x^2 - 5x + 2 = 0$	-2	
$31x^2 - 15x - 46 = 0$	-1	

5. Выберите правильные предложения и запишите соответствующие им буквы в ответ:

а) Если числа m и n таковы, что их сумма равна p , а произведение равно q , то m и n являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

б) Если числа m и n таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно q , то m и n являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

в) Если числа m и n таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно $-q$, то m и n являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

г) Если числа m и n таковы, что их сумма равна q , а произведение равно $-p$, то m и n являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

6. Выберите верное обоснование того, что числа t_1 и t_2 являются корнями квадратного уравнения

$$x^2 - (t_1 + t_2)x + t_1 \cdot t_2 = 0 :$$

- а) по формуле корней квадратного уравнения;
 б) по теореме Виета;
 в) по утверждению, обратному теореме Виета;
 г) по теореме Пифагора.

7. Найдите корни квадратных уравнений, применив утверждение, обратное теореме Виета:

- а) $x^2 - (m+n)x + m \cdot n = 0$; в) $x^2 - (m-n)x - m \cdot n = 0$;
 б) $x^2 - (5+\sqrt{2})x + 5\sqrt{2} = 0$; г) $x^2 - (\sqrt{5}-\sqrt{2})x - \sqrt{10} = 0$.

8. Составьте приведенное квадратное уравнение с корнями:

- а) t_1 и t_2 ; в) -7 и -11 ;
 б) 3 и -6 ; г) 3 и $\sqrt{3}$.

9*. На числовой прямой взяты точки A и B , соответствующие корням данного квадратного уравнения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$): $A(x_1)$; $B(x_2)$ и точка $O(0)$. Найдите соответствие между квадратными уравнениями и утверждениями:

- а) точка O лежит между точками A и B ;
 б) точка A лежит между точками O и B ;
 в) точка B лежит между точками O и A .

- 1) $x^2 - 15x + 2 = 0$; 3) $x^2 + 1,3x + 31 = 0$;
 2) $x^2 - 37x - 23 = 0$; 4) $x^2 + 13x + 3,1 = 0$.

а	б	в

10*. При каком значении параметра a один из корней уравнения $x^2 - 13x + a = 0$ на 1 больше другого?

С-23. Дробно-рациональные уравнения

1. Решите уравнения:

а) $\frac{2x^2+x-3}{x^2+1}=0;$

в) $\frac{2x^2+x-3}{4x^2-1}=0;$

б) $\frac{2x^2+x-3}{x^2-1}=0;$

г) $\frac{2x^2+x-3}{4x^2-9}=0.$

2. Найдите корни уравнений:

а) $\frac{1}{x} + \frac{1}{4-x} = 1;$

б) $\frac{3}{x+2} + \frac{5}{6-x} = 2.$

3. При каких значениях t значение выражения $\frac{5}{3t-1}$ на 2 меньше, чем значение выражения $t + 1$?

4. При каких значениях p отношение значения выражения $\frac{5}{3p-1}$ к значению выражения $\frac{1}{p}$ равно 2?

5. Найдите расстояние между точками пересечения графика функции $y = \frac{2x^2}{x^2+4}$ и прямой $y = 1$.

6. На графике функции $y = \frac{5x+3}{x+7}$ найдите точки с равными координатами.

7. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{2}{x-4};$

б) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-4}.$

8*. Сколько общих точек имеют графики функций?

а) $y = x^2 - 1$ и $y = 2x^2 + x - 3;$ в) $y = \frac{x}{x^2-1}$ и $y = \frac{x}{2x^2+x-3};$

б) $y = \frac{1}{x^2-1}$ и $y = \frac{1}{2x^2+x-3};$ г) $y = \frac{x-1}{x^2-1}$ и $y = \frac{x-1}{2x^2+x-3}.$

9*. При каких значениях параметра b корнем уравнения $\frac{b+2}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{2b}{x-4}$ является число 5?

10*. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x^2 - (5+b)x + 5b}{(x-4)(x+3)} = 0$ имеет единственный корень? В ответе запишите сумму всех таких значений b .

С-24. Текстовые задачи

1. Какое из приведенных уравнений соответствует задаче:

«Мастер, работая один, выполняет задание в два раза быстрее, чем то же задание выполняет ученик. За какое время мастер выполнит задание один, если мастер и ученик, работая совместно, выполняют задание за 6 дней? (Пусть мастер выполнит все задание за x дней.)»

- а) $x + 2x = 6$; г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$;
б) $x + \frac{x}{2} = 6$; д) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{6}$?
в) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = 6$;

2. Расстояние между пунктами А и Б по шоссе 100 км. Из А и Б выезжают навстречу друг другу велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоцикла в два раза больше скорости велосипедиста, поэтому мотоцикл прибывает в А на 2 часа раньше, чем велосипедист в Б. Найдите скорость велосипедиста. Примите скорость велосипедиста за v и составьте уравнение для решения задачи.

3. Цена товара снижалась два раза на одно и то же число процентов и снизилась в результате с 500 рублей до 320 рублей. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?

4. Бассейн может быть заполнен двумя различными трубами. Первая труба, включенная одна, заполняет бассейн на 3 часа скорее, чем включенная одна вторая. За какое время может заполнить бассейн одна вторая труба, если при совместном включении они заполняют бассейн за 2 часа?

5. Периметр прямоугольного треугольника 24 см. Гипотенуза больше одного из катетов на 4 см. Найдите длину меньшего катета.

6. Поезд на станции был задержан на 12 мин, поэтому, чтобы прибыть на следующую станцию вовремя, он увеличил скорость на 15 км/час. Найдите первоначальную скорость поезда, если расстояние между станциями 60 км.

7. Установите соответствие между текстовыми задачами и составленными к ним уравнениями, если x – искомая величина.

а) Ребро куба увеличили на 1 м, после чего его объем увеличился на 37 м^3 . Найдите первоначальную длину ребра куба.

б) Сторону квадрата увеличили на 1 м, после чего его площадь увеличилась на 37 м^2 . Найдите первоначальную длину стороны квадрата.

1) $(x-1)^2 = x^2 - 37$;

2) $(x+1)^3 = x^3 + 37$;

3) $x^2 - (x+1)^2 = 37$;

4) $(x+1)^2 - x^2 = 37$;

5) $(x-1)^3 = x^3 - 37$.

а	б

8. Укажите буквы, соответствующие верным утверждениям.

а) Если число p больше числа b на 8, то $b = p + 8$.

б) Если число p меньше числа b на 8, то $b = p + 8$.

в) Если точка с координатами $(a; b)$ лежит на графике $y = 3x^2 - x$, то $a = 3b^2 - b$.

- г) Если точка с координатами $(a; b)$ лежит на графике $y = 3x^2 - x$, то $b = 3a^2 - a$.
- д) Точки, сумма координат которых равна 8, лежат на прямой $y = x + 8$.
- е) Точки, сумма координат которых равна 8, лежат на прямой $y = x - 8$.
- ж) Точки, сумма координат которых равна 8, лежат на прямой $y = -x + 8$.
- з) Точки, произведение координат которых равно 5, лежат на прямой.
- и) Точки, произведение координат которых равно 5, лежат на параболе.
- к) Точки, произведение координат которых равно 5, лежат на гиперболы.

9. В одном сплаве 40% меди, а в другом 20% меди. После того как эти сплавы переплавили в один, получился сплав весом 8 кг, в котором 25% меди. Найдите вес второго сплава.

10. Имеются денежные купюры номиналом 5000, 1000, 500, 100, 50 и 10 рублей.

- а) Какое наибольшее число купюр надо взять, чтобы общая сумма была 7770 рублей?
- б) Какое наименьшее число купюр надо взять, чтобы общая сумма была 7770 рублей?

С-25. Числовые неравенства

1. Вместо каждого из данных высказываний запишите соответствующее ему неравенство:

- а) Число a больше числа b .
- б) Число a меньше числа b .
- в) Число a не более числа b .
- г) Число a не менее числа b .
- д) Число a больше числа b , но меньше числа c .
- е) Число a не более числа b , но не менее числа c .

а	б	в	г	д	е

2. Какие из данных высказываний являются верными, а какие неверными? Запишите в таблицу В (верно) или Н (неверно):

$3 > 2$	$2 < 1$	$-135 \leq -134$	$5 \geq 5$	$-0,231 > -0,2$	$32 \geq 33$	$32 \leq 32$

3. На числовой прямой отмечены числа a, b, c, m, k, p (см. рис. 1).

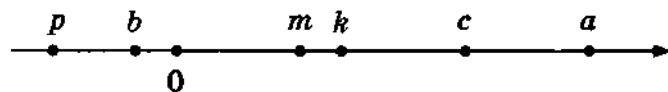


Рис. 1

- а) Расположите числа в порядке возрастания.
- б) Расположите числа в порядке убывания.
- в) Во второй строке таблицы поставьте «+», если число первой строки положительное и «-», если число первой строки отрицательное:

$a - b$	$m - k$	$p - b$	$-c + p$	$b - c$	$k + (-c)$

4. Из данных утверждений выберите верные.

Дано $a > b$. При всех таких a и b :

- а) $a + b$ — положительное число;
- б) $a - b$ — положительное число;
- в) $a + 1 > b$;
- г) $(a-b)^2$ — положительное число;
- д) $(a+b)^2$ — положительное число;
- е) $a^2 > b^2$.

5. Расположите в порядке возрастания числа:

$$\sqrt{7}+3; 5; \frac{499}{101}; \frac{498}{102}; 7\sqrt{2}; 10; \sqrt{13}-4.$$

6. Расположите в порядке убывания числа (a и b принимают любые значения):

- а) $5\sqrt{3}$; 9 ; $6\sqrt{2}$; $7,99$.
- б) $-5\sqrt{3}$; -9 ; $-6\sqrt{2}$; $-7,99$.
- в) $a+5\sqrt{3}$; $a+9$; $a+6\sqrt{2}$; $a+7,99$.
- г) $a-5\sqrt{3}$; $a-9$; $a-6\sqrt{2}$; $a-7,99$.
- д) $5\sqrt{3}-b$; $9-b$; $6\sqrt{2}-b$; $7,99-b$.

7. Сравните число b с нулем, если:

Дано	$b-a < 0$	$b-a < 0$	$\frac{a}{b} \geq 0$	$b-a > 3$	$b^2+c^2=0$
Дано	$a < 0$	$a > 0$	$a > 0$	$a > 0$	
Сравнить b с нулем					

8*. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, у которых:

- а) координаты — равные между собой положительные числа;
- б) обе координаты отрицательны;

- в) произведение координат равно нулю;
 г) произведение координат — неотрицательное число.

Для каждого пункта сделайте свой небольшой рисунок.

9*. Какие из данных выражений принимают положительное значение при любых значениях m и n ?

- а) $m^2 + 2mn + n^2 + 7$;
 б) $m^2 - 2mn + n^2 - 7$;
 в) $m^2 - 2mn + n^2 + 7$;
 г) $(m - n)^2 + (n - 3)^2$;
 д) $(m - n)^2 + (n - 3)^2 + (m + 1)^2$;
 е) $m^2 - 2mn + 2n^2 - 6n + 10$.

10*. Сопоставьте данные квадратные уравнения и утверждения об их корнях:

- а) $2x^2 - 37x - 1 = 0$;
 б) $2x^2 - 37x + 1 = 0$;
 в) $2x^2 + 37x - 1 = 0$;
 г) $2x^2 + 37x + 1 = 0$;
 д) $2x^2 - 7x + 37 = 0$;
 е) $73x^2 + (5 - \sqrt{67})x = 0$.

- 1) Уравнение корней не имеет.
- 2) Уравнение имеет корни разных знаков, причем модуль отрицательного корня больше положительного корня.
- 3) Уравнение имеет корни разных знаков, причем модуль отрицательного корня меньше положительного корня.
- 4) Уравнение имеет два корня, один из которых положительный, а второй равен нулю.
- 5) Уравнение имеет два корня, один из которых отрицательный, а второй равен нулю.
- 6) Уравнение имеет два положительных корня.
- 7) Уравнение имеет два отрицательных корня.

а	б	в	г	д	е

С-26. Числовые неравенства, свойства числовых неравенств. Оценка значения выражений

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком (см. рис. 2). Найдите координаты точек:

- а) с наибольшей абсциссой;
- б) с наименьшей абсциссой;
- в) с наибольшей ординатой;
- г) с наименьшей ординатой.

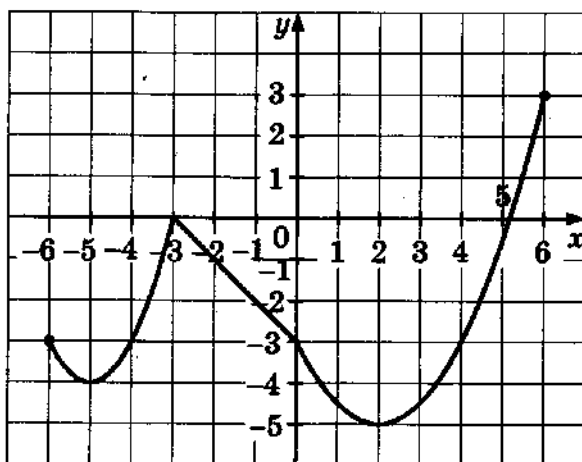


Рис. 2

2. Функция $y = g(x)$ задана графиком (см. рис. 3).

Расположите в порядке возрастания следующие значения функции: $g(0)$; $g(1)$; $g(3)$; $g(4)$; $g(7)$; $g(10)$.

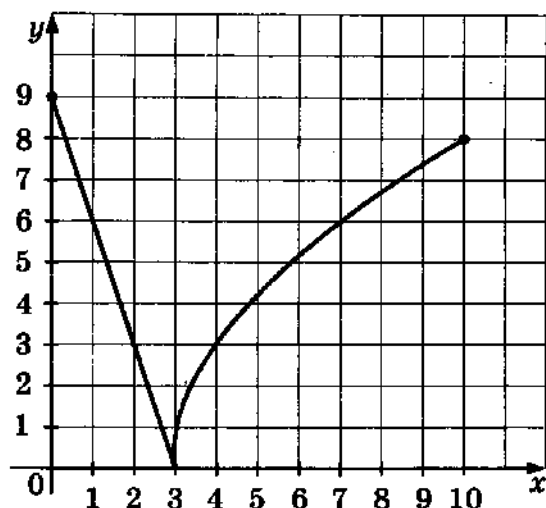


Рис. 3

3. Для каждого указанного значения переменной x сравните значение выражения $\frac{x^2(x-3)(x+1)}{x+2}$ с нулем. В таблице поставьте либо «+» (если значение больше нуля), либо «-» (если значение меньше нуля), либо 0 (если значение равно нулю):

x	-7	-1,5	-0,5	2	3	77,3
Сравнение с нулем						

4. Контрольную работу по алгебре писали 25 человек. После проверки оказалось, что двое получили двойку, 9 человек тройку, 11 четверку, а остальные пятерку. Контрольную работу по геометрии писали 20 человек, из которых 1 человек получил двойку, 8 человек тройку, 7 человек четверку, а остальные пятерку. По каждой работе все оценки выписали по порядку возрастания так 2;...2; 3;...3; 4;...4; 5;...5.

Сравните:

- а) процент успеваемости (отношение количества положительных оценок к общему числу оценок);
- б) процент качества знаний (отношение количества четверок и пятерок к общему числу оценок);
- в) среднее арифметическое;
- г) моду;
- д) размах;
- е) медиану.

5. В треугольнике ABC угол A равен 47° , а угол B равен 98° . Запишите в порядке возрастания длины сторон треугольника.

6. Известно, что $a > b$. При этом условии сравните значения выражений x и y , стоящих в первом и втором столбцах таблицы.

В третьем столбце запишите: либо « $x > y$ », либо « $x < y$ », либо «сравнить невозможно».

x	y	Сравнить x и y
$a + 2$	$b + 2$	
$a - 7$	$b - 7$	
$-a$	$-b$	
a	$b - 3$	
$a - 3$	b	
$2 - a$	$2 - b$	
$3a$	$3b$	
$-2a$	$-2b$	
$\frac{a}{17}$	$\frac{b}{17}$	
$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	

7. Известно, что число a находится между числами 17 и 18.

а) Между какими соседними натуральными числами находится число $\frac{a}{2}$?

б) К какому из найденных соседних натуральных чисел число $\frac{a}{2}$ находится ближе?

8. Пусть $7 < b < 10$. Найдите:

а) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число b ;

б) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число $2b$;

в) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число $\frac{b}{2}$.

9*. Докажите, что если в квадратном уравнении

$ax^2 + bx + c = 0$ числа a и c имеют разные знаки, то при любом значении b уравнение имеет два различных корня, знаки которых тоже разные.

10*. Пусть $3 < d < 5,1$. Оцените значения выражений:

- | | |
|----------------|--------------------|
| а) $d + 5$; | г) d^2 ; |
| б) $2d$; | д) $\frac{1}{d}$. |
| в) $5,1 - d$; | |

С-27. Числовые промежутки

1. Сопоставьте данные неравенства с обозначениями соответствующих числовых промежутков.

- | | |
|------------------------|-----------------|
| а) $a \leq x \leq b$; | д) $x \leq b$; |
| б) $a < x \leq b$; | е) $x < b$; |
| в) $a \leq x < b$; | ж) $x \geq a$; |
| г) $a < x < b$; | з) $x > a$. |

- 1) открытый числовой луч;
- 2) числовой отрезок (отрезок);
- 3) числовой луч;
- 4) интервал;
- 5) полуинтервал.

а	б	в	г	д	е	ж	з

2. Сопоставьте записанные числовые промежутки (1–9) с соответствующими утверждениями (а–и).

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| 1) $[a; b]$; | 6) $[a; b]$; |
| 2) $(b; +\infty)$; | 7) $[a; +\infty)$; |
| 3) $(a; b)$; | 8) $[a; b]$; |
| 4) $(-\infty; a)$; | 9) $(a; +\infty)$. |
| 5) $(-\infty; +\infty)$; | |

- | | |
|--------------------------------------|------------------|
| а) $a \leq x \leq b$; | е) $x \geq a$; |
| б) $a < x \leq b$; | ж) $a < x < b$; |
| в) $a \leq x < b$; | з) $x \leq b$; |
| г) x – любое действительное число; | и) $x > a$. |
| д) $x < b$; | |

1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. Заполните таблицу, сделав во втором столбце рисунки, соответствующие записи в первом столбце таблицы.

	рисунок
$4 \leq x < 5$	
$[-1; +\infty)$	
$x \leq 193$	
$[-231; 2,5]$	
$x < b$	
$x = 5$	

4. Из данных записей выберите неверные:

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| а) $(5; 4)$; | д) $[-11; -\infty)$; |
| б) $(-21; 2)$; | е) $[-1; +\infty]$; |
| в) $[-\infty; 0)$; | ж) $[-5; -5]$. |
| г) $17 \geq 4$; | |

5. Запишите пересечения следующих множеств:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| а) $(-3; 5)$ и $[0; 7]$; | в) $(-\infty; 5)$ и $[0; 3]$; |
| б) $(-\infty; 5)$ и $[0; 7]$; | г) $(-\infty; 5)$ и $[0; +\infty)$. |

6. Запишите объединение следующих множеств:

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| а) $(-3; 5)$ и $[0; 7]$; | в) $(-\infty; 5)$ и $[0; 3]$; |
| б) $(-\infty; 5)$ и $[0; 7]$; | г) $(-\infty; 5)$ и $[0; +\infty)$. |

7. Найдите наибольшее целое число, принадлежащее данному множеству:

- а) $(-3; 5)$; г) $\left(\frac{205}{206}; \frac{2007}{200}\right)$;
 б) $[0; 7]$; д) $[-3; 3\sqrt{3}]$.
 в) $(-\infty; 5)$;

	а	б	в	г	д
Наибольшее целое число на данном промежутке					

8*. Для каждого из данных числовых промежутков укажите количество целых чисел, ему принадлежащих:

- а) $(-11,3; 7]$; в) $[0; 104)$;
 б) $(-23,2; -22,7)$; г) $\left(\frac{205}{206}; \frac{2005}{2006}\right)$.

	а	б	в	г
Количество целых чисел на промежутке				

9*. Найдите все такие целые значения параметра a , при которых пересечение множеств $(0; 5,3]$ и $[a; 37]$ есть отрезок. В ответе запишите сумму всех таких различных a .

10*. Найдите все такие целые значения параметра t , при которых пересечение множеств $(0; 5,3]$ и $[t; t+3)$ есть отрезок. В ответе запишите среднее арифметическое всех таких различных t .

С-28. Решение неравенств с одной переменной

1. Какие из данных чисел:

-2 ; 3 ; $-0,7$; $0,7$; $-0,6$; $-5\frac{1}{7}$; 0 являются решениями неравенства $-3x > 2$?

2. Решите неравенства:

а) $2x - 3 > -1$;

в) $\frac{x}{3} \leq 5$;

б) $5 - 3x > 2$;

г) $\frac{x}{1-\sqrt{2}} \leq 1 + \sqrt{2}$.

Для каждого из них запишите ответ в виде множества и изобразите это множество на рисунке.

3. Не решая неравенств (а-г), соотнесите их ответ с предлагаемыми множествами (1-4).

а) $2 - 3x > -1$;

в) $\frac{x}{11} \leq 5$;

б) $5 + 3x > 2$;

г) $\frac{x}{2-\sqrt{7}} \leq 0$.

1) $(a; +\infty)$

2) $[c; +\infty)$

3) $(-\infty; b]$

4) $(-\infty; m)$

а	б	в	г

4. Решите неравенства:

а) $(x - 2)^2 + (2x - 1)^2 > 5x^2$;

б) $\frac{3x-2}{2} \leq -1$;

в) $\frac{5x-1}{8} \geq \frac{x+2}{6}$;

г) $(3x - 1)^2 < (3x + 1)(3x - 7)$.

С-29. Задания, приводящие к неравенствам с одной переменной

1. При каком значении переменной b точка $M(3; b)$ лежит выше графика функции $y = 8x - 3$?

2. При каком значении переменной b точка $M(3; 11)$ лежит выше графика функции $y = 8x + b$?

3. При каком значении параметра a квадратное уравнение $3x^2 + 7x + a = 0$ имеет два различных корня?

4. При каком значении параметра m сумма корней квадратного уравнения $3x^2 + (2m - 3)x - 15 = 0$ больше 11?

5. При каком значении параметра h графики функций $y = 2x + 3$ и $y = x^2 - h$ не имеют общих точек?

6. Одна из сторон параллелограмма равна 5 см. Оцените длину соседней стороны параллелограмма, если известно, что его периметр больше 44 см.

7. Одна из сторон прямоугольника равна 10 см. Оцените длину соседней стороны прямоугольника, если известно, что его площадь не менее 44 см^2 .

8. Выписали набор чисел: 1; 1; 2; 3; 4; 4; a . (a — наибольшее из этих чисел). При каких значениях a :

а) размах набора не менее 6;

б) среднее арифметическое набора больше 6;

в) медиана набора равна 3;

г) модой набора является только число 4?

9*. При каком значении параметра a точка пересечения прямых $y = 2x - 3a + 5$ и $y = 7x - a - 11$ имеет положительную абсциссу?

10*. При каком значении параметра a точка пересечения прямых $y = 2x - 3a + 5$ и $y = 7x - a - 11$ имеет отрицательную ординату?

С-30. Применение неравенств к исследованию функций

1. Найдите области определения функции:

а) $y = 5x - 3\sqrt{x-7}$;

б) $y = \frac{\sqrt{3-x} + 10x^3}{137}$.

2. Найдите все значения переменной, при которых определена функция:

а) $y = \frac{5x - 3\sqrt{x-7}}{x^2 + 100}$;

в) $y = \frac{5x - 3\sqrt{x-7}}{x+7}$;

б) $y = \frac{5x - 3\sqrt{x-7}}{x-7}$;

г) $y = \frac{5x - 3\sqrt{x-7}}{x-17}$.

3. Укажите допустимые значения переменной:

а) $y = \frac{\sqrt{3-x} + 10x^3}{2x}$;

в) $y = \frac{\sqrt{3-x} + 10x^3}{x(x-3)}$;

б) $y = \frac{\sqrt{3-x} + 10x^3}{x(x-5)}$;

г) $y = \frac{\sqrt{3-x} + 10x^3}{x^2 - 11}$.

4. При каких значениях переменной значения функции $y = 3x - 5$ больше 11?

5. При каких значениях переменной значения функции $y = 3 - 7x$ не менее 3?

6. При каких значениях переменной значения функции $y = \frac{2-3x}{2-\sqrt{5}}$ меньше $2 + \sqrt{5}$?

7*. При каких значениях переменной значения функции $y = 3x^2 - 5x + 17 - 3|x^2 + 1|$ не более -7?

8*. При каких значениях параметра b областью определения функции $y = \frac{5x - 3\sqrt{x-7}}{x-b}$ является числовой луч?

9*. Прямые $y = 3x - 1$; $y = 2$ и $x = b$ образуют прямоугольный треугольник.

При каких значениях числа b длина катета этого треугольника, лежащего на прямой $x = b$, не менее 11?

(Рассмотрите два случая расположения этого треугольника относительно прямой $y = 2$.)

10*. Докажите, что все значения функции $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$ не менее 2.

1. Дана система неравенств: $\begin{cases} x \leq 7 \\ x < 3 \end{cases} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$, Рассмотрите

каждое из приведенных в таблице чисел и поставьте галочку в соответствующих строках.

	-17,3	0	3	4	7	11	$4\sqrt{3}$
Является решением только неравенства (1)							
Является решением только неравенства (2)							
Является решением обоих неравенств							
Не является решением ни одного из неравенств							
Является решением системы неравенств							

2. Решите системы неравенств:

a) $\begin{cases} x \leq 7, \\ x < 3; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x > 7, \\ x \geq 3; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x \leq 7, \\ x > 3; \end{cases}$

r) $\begin{cases} x > 7, \\ x < 3. \end{cases}$

3. Пусть $a > b$. Сопоставьте каждой из данных систем неравенств (а; б; в; г) ее ответ (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8).

$$a) \begin{cases} x < b, \\ x < a; \end{cases}$$

$$\text{B)} \begin{cases} x > b, \\ x > a; \end{cases}$$

6) $\begin{cases} x < b, \\ x > a; \end{cases}$

$$\Gamma) \begin{cases} x > b, \\ x < a. \end{cases}$$

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $(a; b)$ | 5) $(-\infty; b)$ |
| 2) $(b; a)$ | 6) $(a; +\infty)$ |
| 3) решений нет | 7) $(b; +\infty)$ |
| 4) $(-\infty; a)$ | 8) $(-\infty; b]$ |

а	б	в	г

4. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} 8x-1 \geq 3x-5, \\ 7x+2 < 11x-3; \end{cases}$	б) $\begin{cases} (2\sqrt{3}-1) \cdot x < 4\sqrt{3}-2, \\ (1-\sqrt{5}) \cdot x \leq \sqrt{5}-1. \end{cases}$
---	--

5. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} \frac{6x^2+11x-3}{2} \geq 3x^2-5, \\ 7x+2 > 11x-3; \end{cases}$	б) $\begin{cases} \frac{11x-3}{3} \geq \frac{7x+1}{5}, \\ 7x+2 \geq 11x-3. \end{cases}$
---	---

6. Решите двойные неравенства:

а) $3 < 5x + 8 < 18;$	в)* $3x < 5x + 8 < 18x;$
б) $3 < 13 - 5x < 18;$	г)* $3x > 5x + 8 > 18x.$

7*. Найдите все целые решения системы неравенств:

а) $\begin{cases} 13t \geq 70, \\ t < 2\sqrt{30}; \end{cases}$	в) $\begin{cases} 2^{15} \cdot x > 3+2^{17}, \\ x \leq 23,7; \end{cases}$
б) $\begin{cases} x < \frac{1456}{1455}, \\ x > \frac{1455}{1456}; \end{cases}$	г) $\begin{cases} 0,00001x < 0,00003, \\ -10000x \geq 10000. \end{cases}$

8*. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} x > 3, \\ 2 x-2 < 17; \end{cases}$	б) $\begin{cases} x < 1, \\ 2 x-2 < 17. \end{cases}$
---	---

9*. При каких значениях параметра b системе неравенств $\begin{cases} 3x > 20, \\ x \leq b \end{cases}$ удовлетворяют ровно 8 целых чисел?

10*. При каждом значении параметра m решите систему неравенств: $\begin{cases} 3x \leq 5m + 3, \\ 5x \geq 2 - m. \end{cases}$

С-32. Задания, приводящие к системам неравенств с одной переменной

1. Две стороны треугольника равны соответственно 5 и 13.

а) В каких пределах может изменяться третья сторона этого треугольника?

б) Сколько различных целых значений может принимать периметр этого треугольника?

2. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{3x-11} + x \cdot \sqrt{15-2x}$;

б) $y = \sqrt{3x-11} - 3x \cdot \sqrt{15x-2}$;

в) $y = \sqrt{3x-11} + (x+12) \cdot \sqrt{x-27}$;

г) $y = \sqrt{3x-11} \cdot \sqrt{22-6x}$.

3. При каких значениях переменной определены следующие выражения:

а) $y = \frac{2+\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}+1}$;

в) $y = \frac{2+\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}-7}$;

б) $y = \frac{2+\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}}$;

г) $y = \frac{2+\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}-1}$?

4*. При каких значениях параметра a прямые $y = 2 + a$ и $y = x + 1 - a$ пересекаются в первой четверти?

5*. При каких значениях параметра b уравнение $(x^2 - 8x + b)(x^2 + 2bx + b^2 - b + 20) = 0$ не имеет решений?

6*. Постройте график функции

$$y = (\sqrt{3-x} + \sqrt{x-2})^2 + (\sqrt{3-x} - \sqrt{x-2})^2.$$

7*. При каких значениях переменной значения выражения $\frac{3-7x}{5}$ положительны, но не превосходят 10?

8*. Сколько существует таких целых чисел k , при которых число $7k + 11$ — трехзначное?

9*. При каком значении параметра b решением двойного неравенства $-1 \leq 3x - b \leq 4$ является отрезок:

- а) содержащий число 0;
- б) не содержащий числа 0;
- в) содержащий единственное целое число 0;
- г) содержащий ровно два целых числа, одно из которых 0?

10*. Катер, выйдя из пункта А, проплыл 3 часа по течению, а затем 4 часа против течения. Скорость катера в стоячей воде равна 20 км/ч. Найдите скорость течения, при которой катер в конце путешествия окажется не далее чем в 3 км от пункта А.

С-33. Степень с целым показателем

1. Вычислите:

а) $3^{-1} - 4^{-1}$;

в) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{9}\right)^{-1}$;

б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{9}{7}\right)^{-1}$;

г) $\left(\left(3\frac{4}{9}\right)^{-1} - \left(5\frac{1}{4}\right)^{-2}\right) \cdot ((3,5)^0 - 1)$.

2. Найдите значение выражения:

а) $(2^{-1})^{-3}$;

в) $(2^{-1} + 3^2)^{-1}$;

б) $(2^{-1} \cdot 3^2)^{-1}$;

г) $(2^{-1} - 3^{-1} \cdot 6)^{-1}$.

3. Укажите буквы пунктов, соответствующих верным утверждениям:

а) Отрицательная степень определена для всех действительных чисел кроме нуля;

б) Отрицательная степень определена только для положительных действительных чисел;

в) $a^k \cdot b^n = (a \cdot b)^{k+n}$;

г) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$;

д) $(a+b)^{-n} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$;

е) $a^5 + a^4 \cdot b = a^{-5} \cdot (1 + a \cdot b)$;

ж) $(\sqrt{b})^{-2} = \frac{1}{b} \ (b > 0)$;

з) $(\sqrt{b^{-2}}) = -\frac{1}{b} \ (b < 0)$.

4. Сравните значения выражений:

а) $3^{-1} \cdot 7^{-1}$ и 21^{-1} ;

в) $(\sqrt{3})^{-1}$ и $\sqrt{3^{-1}}$;

б) $2^{-1} + 3^{-1}$ и 5^{-1} ;

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ и $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^{-1}$.

5. Вынесите за скобку x в наименьшей степени:

а) $x^3 + 2x^2$;

в) $x^{-3} + 2x^2$;

б) $x^{-3} + 2x^{-2}$;

г) $x^{-3} + 2$.

6*. Упростите выражение:

а) $\left(ax^{-1} - \left(\frac{x}{x+a}\right)^{-1}\right)^{-3}$;

б) $\left(\left(\frac{x}{x+a}\right)^{-1} - ax^{-1}\right)^{-3}$.

7*. Решите уравнение $2x^{-2} + 3x^{-1} + 1 = 0$.

8*. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3x-1}\right)^{-1} \leq 2$.

9*. Найдите область определения функции

$$y = (1 + \sqrt{13 - 5x})^3 - (1 - \sqrt{x})^{-11}.$$

10*. При каких значениях b графики функций

$$y = \left(\frac{1}{x-7}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{x+3}\right)^{-1} \text{ и } y = b \text{ не имеют общих точек?}$$

С-34. Задания, аналогичные заданиям ГИА и ЕГЭ, за курс алгебры

1. 500 карандашей разложили по коробкам по 12 карандашей в каждой. Какое минимальное число коробок потребуется, чтобы уложить в них все карандаши?

2. Сколько карандашей можно купить на 500 рублей, если цена одного карандаша 12 рублей?

3. Вычислите:

а) $8\frac{1}{3} \cdot (0,02 + 0,1)$;

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + (2^{-1} + 3^{-1})^{-1}$.

б) $\frac{16}{1 - \frac{1}{5}}$;

4. Запишите в ответе номера выражений, значения которых неотрицательны.

1) $9 - 3\sqrt{5}$;

4) $\frac{(0,3)^2 - (0,3)^3}{(1,3)^2 - (1,3)^3}$;

2) $7 - 3\sqrt{8}$;

5) $\sqrt{0,7} - 0,8$;

3) $(-1)^0 + (-1)^{17}$;

6) $(-0,1)^{37} \cdot (0,2)^{43}$.

5. Цену товара сначала повысили на 20%, а затем понизили на 20%. Как и на сколько процентов изменилась цена товара?

6. Укажите номера верных утверждений:

1) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

2) $(a \cdot b) + c = (a + c) \cdot (b + c)$.

3) Если x_1 и x_2 корни квадратного уравнения

$$7x^2 - 3x - 2 = 0, \text{ то } x_1 + x_2 = \frac{3}{7}.$$

4) Квадратным корнем из неотрицательного числа a называется любое число b , такое, что $b^2 = a$.

5) $\sqrt{a^2} = |a|$.

6) $\sqrt{a^2} = a$.

7) $\sqrt{a^2} = \pm a$.

8) Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет единственный корень тогда и только тогда, когда $b^2 - 4a = 0$.

7. На каком из рисунков изображена прямая $y = -\frac{3}{2}x + 1$?

В ответе укажите номер этого рисунка.

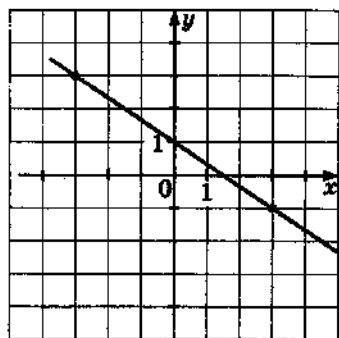


Рис. 4

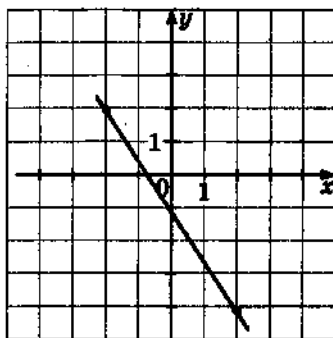


Рис. 5

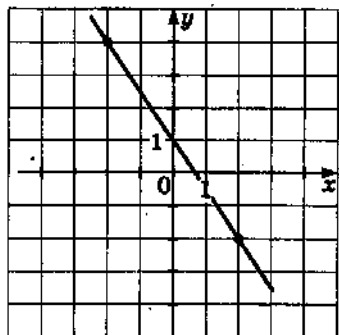


Рис. 6

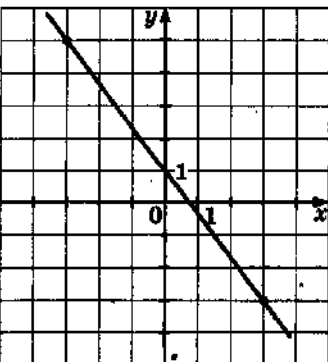


Рис. 7

8. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 3(2x+3y)-(x+y)=18, \\ 5x+y=11. \end{cases}$$

9*. Найдите абсциссы всех таких точек графика функции $y = 3x - 15$, для которых ордината меньше абсциссы.

10*. При каких значениях параметра b графики функций $y = \frac{2x^2 - 2x}{x}$ и $y = b \cdot x + 7$ не имеют общих точек?

С-1. Понятие алгебраической дроби

1. Найдите значение алгебраических дробей при данных значениях переменных:

а) $\frac{3x+2y}{5x-3y}$ при $x = 36$; $y = 24$;

б) $\frac{5x+11y}{3x-y}$ при $x=\frac{2}{11}$; $y=\frac{5}{11}$;

в) $\frac{36a^2 - 25b^2}{6a - 5b}$ при $a = 3,2$; $b = 2,4$;

г) $\frac{8x^3+27y^3}{4x^2-6xy+9y^2}$ при $x = 1,5$; $y = -\frac{2}{3}$.

2. При каких значениях переменной дробь не определена?

a) $\frac{2-7x}{2+7x}$;

В) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x(x - 15)}$;

б) $\frac{x^2 - 5x + 6}{13}$;

г) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x(x^2 + 15)}$.

3. При каких значениях переменной дробь определена?

a) $\frac{2-5x^2}{10+5x}$;

B) $\frac{x^3}{x(x-13)}$;

6). $\frac{x^2 + 12x - 8}{456}$;

г) $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 + 5x + 6}$.

4. На координатной плоскости укажите все точки $(x; y)$, для которых не определена дробь:

a) $\frac{x^2 - 7yx + 8y^3}{5 - x};$

В) $\frac{x^9 - 3y^2 + 11}{x - y}$;

6) $\frac{x^3 + 8y - y^8}{y + 1}$;

г) $\frac{9x-y+2xy}{3x-2y-1}$.

5. При каких значениях переменной значение дроби равно нулю?

а) $\frac{2x+8}{3x-1}$;

в) $\frac{x(x-7)}{x^2-8x+7}$;

б) $\frac{x(x-7)}{3x-1}$;

г) $\frac{x(x-2)}{x^3-3x^2+2x}$.

6. Найдите сумму всех значений a и b , для которых не определена дробь:

а) $\frac{36a^2-2b^2}{36a^2+2b^2}$;

в) $\frac{a-9b^2}{5|a+4|+6|2a-b|}$.

б) $\frac{8a^2-2ab+4b^2}{(a-2)^8+(4ab+b+2)^4}$;

7. Найдите допустимые значения переменной в выражениях:

а) $5x+\frac{x+2}{x-9}+\frac{3}{x^2}$;

в) $\frac{1-\frac{1}{x+1}}{x-2}$;

б) $4-\left(\frac{7-x}{x+3}-\left(6x-\frac{3}{x}\right)\right)^2$;

г) $\frac{6-x}{6-x}-\frac{8x+3}{8x+3}+x^0$.

8. Докажите, что данные дроби определены при всех значениях переменной:

а) $\frac{x^2-7x+6}{456}$;

в) $\frac{7+x}{x^2-6x+10}$;

б) $\frac{5-x}{x^2+10}$;

г) $\frac{11x^2+x-27}{(x+6)^8+|3x-2|}$.

9*. Найдите частное от деления суммы всех трехзначных чисел, в десятичной записи каждого из которых есть

цифры 2, 4 и 7, на сумму всех трехзначных чисел, в десятичной записи каждого из которых есть цифры 3, 4 и 6.

10*. Найдите натуральное число n такое, что число $\frac{48^{20} \cdot 44^{10}}{2^n}$ целое, а число $\frac{48^{20} \cdot 44^{10}}{2^{n+1}}$ не является целым.

С-2. Основное свойство дроби. Сокращение алгебраических дробей

1. Вычислите:

а) $\frac{234^2 \cdot 510 + 234 \cdot 510^2}{468^2 \cdot 255 - 468 \cdot 255^2};$

б) $\frac{\frac{553}{128} - \frac{271}{64}}{\frac{259}{128} - \frac{129}{64}};$

в) $\frac{(8a^3b^7)^3 \cdot b \cdot (a^5b^{13})^2}{(4a^4b^{16})^3 \cdot (6a^3)^2}.$

2. Пусть $\frac{a}{b} = -2$. Найдите:

а) $\frac{3a-7b}{5a+2b};$

б) $\frac{6ab}{3a^2+5b^2}.$

3. Сократите дроби, используя вынесение общего множителя за скобку:

а) $\frac{7a+21b}{28};$

в) $\frac{7a+a^2-5a^3}{7+a-5a^2};$

б) $\frac{5x+10y}{4x^2+8xy};$

г) $\frac{2^x \cdot 5^{y-1} + 2^{x-1} \cdot 5^y}{7 \cdot 2^{x-2} \cdot 5^y}.$

4. Сократите дроби, используя формулы квадрата суммы и разности:

а) $\frac{4a-5u}{16a^2-40au+25u^2};$

в) $\frac{(5x+3y)^2 + (5y-3x)^2}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4}.$

б) $\frac{a^2+16b^2-8ab}{3a-12b};$

5. Сократите дроби, используя формулы разности квадратов:

а) $\frac{x^2 - y^2}{ax - ay}$;

в) $\frac{(-m-n)(n^2 + m^2)}{n^4 - m^4}$;

б) $\frac{a^3b - 100ab^3}{0,5a + 5b}$;

г) $\frac{a^3 + a^2d + ad^2 + d^3}{a^4 - d^4}$.

6. Сократите дроби, используя формулы разности и суммы кубов:

а) $\frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2}$;

в) $\frac{x^3 - y^3}{y^3 - x^2y}$;

б) $\frac{x^3 - y^3}{x^2 - 2xy + y^2}$;

г) $\frac{y^3 + 27x^3}{9x^2 + 6xy + y^2}$.

7. Приведите дроби к одному знаменателю:

а) $\frac{1}{6}$ и $\frac{4}{9}$;

в) $\frac{2}{3^{11} \cdot 5^7}$ и $\frac{11}{3^{12} \cdot 5^8}$;

б) $\frac{3}{22}$ и $\frac{7}{55}$;

г)* $\frac{37}{32!}$ и $\frac{1}{31!}$.

8. Приведите дроби к одному знаменателю:

а) $\frac{1}{x}$ и $\frac{7}{y}$;

в) $\frac{5}{x+y}$ и $\frac{3}{2x+2y}$;

б) $\frac{1}{x}$ и $\frac{3}{x \cdot y}$;

г) $\frac{10}{y-x}$ и $\frac{11}{7x-7y}$.

9*. При каких значениях a выполняется равенство:

$$(2+a)(4+a^2)(16+a^4) = \frac{a^8 - 256}{a-2} ?$$

10*. Найдите все такие k , при которых прямая $y = k \cdot x$ не имеет общих точек с графиком функции $y = \frac{1-x^2}{1-x} + 2$.

С-3. Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями

1. Выполните сложение или вычитание:

а) $\frac{10x+9}{14} + \frac{8x-5}{14};$

б) $\frac{7y+5}{6} - \frac{3x-7}{6};$

в) $\frac{4x+7y-3z}{5} - \frac{12x-9y-8z}{5} + \frac{8x-y+4z}{5}.$

2. Выполните алгебраическое сложение дробей:

а) $\frac{7x+3}{a-2} + \frac{5a-6}{a-2};$

в) $\frac{5a-9}{a-2} - \frac{6a-11}{a-2};$

б) $\frac{9a+13}{a-2} - \frac{8a+11}{a-2};$

г) $\frac{11a+9}{a-2} - \frac{6a+8}{a-2} - \frac{4a+1}{a-2}.$

3. Докажите, что данное выражение не зависит от значения переменных:

$$\frac{(x+y)^2}{1+x^2+y^2} - \frac{1-(y+1)^2}{1+x^2+y^2} - \frac{1-(x-1)^2}{1+x^2+y^2} - \frac{2(x+1)(y-1)}{1+x^2+y^2}.$$

4. Из заданных равенств выберите те, которые верны при всех значениях переменных:

а) $\frac{4a-5b+7c}{11} = -\frac{-4a-5b+7c}{11};$

б) $\frac{4a-5b+7c}{11} = -\frac{-4a+5b+7c}{11};$

в) $\frac{4a-5b+7c}{11} = -\frac{-4a-5b-7c}{11};$

г) $\frac{4a-5b+7c}{11} = -\frac{-4a+5b-7c}{11}.$

5. Из заданных равенств выберите те, которые верны при всех допустимых значениях переменных:

а) $\frac{2x^2 - 7xy - 2y^2}{2x - 7y} = \frac{-2x^2 - 7xy - 2y^2}{7y - 2x};$

б) $\frac{2x^2 - 7xy - 2y^2}{2x - 7y} = \frac{-2x^2 - 7xy + 2y^2}{7y - 2x};$

в) $\frac{2x^2 - 7xy - 2y^2}{2x - 7y} = \frac{-2x^2 + 7xy - 2y^2}{7y - 2x};$

г) $\frac{2x^2 - 7xy - 2y^2}{2x - 7y} = \frac{-2x^2 + 7xy + 2y^2}{7y - 2x}.$

6. Упростите выражения:

а) $\frac{2x - 3y}{y - 2x} + \frac{y - 3x}{2x - y};$

в) $\frac{a}{(a - 2c)^2} - \frac{2c}{(2c - a)^2};$

б) $\frac{x^4 - 8xz}{x^2 - z^2} + \frac{z^4 - 8zx}{z^2 - x^2};$

г) $\frac{4x + 3y - z}{6x + 6y - 5z} + \frac{4z - 3y - 2x}{5z - 6x - 6y}.$

7*. Постройте график функции:

а) $y = \frac{5x^2 - 2x}{x} - \frac{3x^2 - x}{x};$

б) $y = \frac{3x^2 - x}{x - 1} - \frac{x^2 - 3x}{1 - x}.$

8. Вычислите значение выражения

$$\frac{k+2}{6} + \frac{k+4}{6} + \frac{k+6}{6} + \frac{k+8}{6} + \frac{k+10}{6} + \frac{k+12}{6} \text{ при } k = -9.$$

9. Докажите, что при любом натуральном значении k сумма $\frac{k+2}{6} + \frac{k+4}{6} + \frac{k+6}{6} + \frac{k+8}{6} + \frac{k+10}{6} + \frac{k+12}{6}$ — целое число.

10*. Найдите все положительные значения параметра k , при которых прямая $y = k \cdot x$ не имеет с графиком функции $y = \frac{2-5x}{x-x^2} - \frac{6x-3}{x^2-x}$ ни одной общей точки.

С-4. Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями

1. Выполните действия:

$$\text{а) } \frac{3x}{7y+4x} - \frac{11x+14y}{4x+7y}; \quad \text{б) } \frac{3x}{7y-4x} - \frac{11x+14y}{4x-7y}.$$

2. Найдите алгебраическую сумму дробей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{1}{y} + \frac{4}{y^2} - \frac{5}{y^3}; & \text{в) } \frac{1}{x^2y} - \frac{6}{xy} - \frac{3}{xy^2}; \\ \text{б) } \frac{1}{y^{16}} + \frac{4}{y^{25}} - \frac{5}{y^{36}}; & \text{г) } \frac{2}{klm} + \frac{3}{kmn} - \frac{4}{lmn} - \frac{5}{nkl}. \end{array}$$

3. Запишите выражение в виде алгебраической дроби:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2 + \frac{b}{2a+7b}; & \text{в) } \frac{b}{2a-7b} - 2; \\ \text{б) } 2 - \frac{3b}{2a+7b}; & \text{г) } \frac{b}{2a+7b} - \frac{1}{7}. \end{array}$$

4. Выполните вычитание алгебраических дробей:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{3}{3-y} - \frac{y}{y^2-9}; & \text{в) } \frac{3}{3-y} - \frac{y}{(y-3)^2}; \\ \text{б) } \frac{3}{3+y} - \frac{y}{9+6y+y^2}; & \text{г) } \frac{3}{y-3} - \frac{y}{(3-y)^2}. \end{array}$$

5. Выполните действия с дробями:

$$\text{а) } \frac{1}{x^2-2x+1} - \frac{1}{x^2-1}; \quad \text{б) } \frac{1}{x^2+2x+1} - \frac{1}{1-x^2}.$$

6. Произведите сложение нескольких дробей:

$$\text{а) } \frac{a-1}{16-a^2} - 3 - \frac{5}{a+4}; \quad \text{б) } \frac{2}{a+3} + \frac{7}{a-3} + \frac{2a-1}{9-a^2}.$$

7*. Вычислите значение выражения:

$$\frac{a^3 - b^3 - 3}{(a^3 - b^3)(a - b)^2} - \left(\frac{1}{a \cdot b \cdot (a^3 - b^3)} - \frac{1}{a \cdot b \cdot (a - b)^3} \right)$$

при $a = 0,29$; $b = 0,19$.

8*. Найдите такое число a , при котором разность $\frac{8x+9}{x+1} - a$ представляется как алгебраическая дробь, в числителе которой число.

9*. Найдите натуральные числа m и n такие, что $\frac{9x+10}{x-2} = m + \frac{n}{x-2}$.

10*. Найдите все такие натуральные n , при которых значение дроби $\frac{9n+10}{n-2}$ является натуральным числом.

С-5. Умножение алгебраических дробей, возведение в степень

1. Найдите произведение дробей:

а) $\frac{5km^2}{n^4} \cdot \frac{3n}{10km^3}$;

б) $\frac{28(5x+y)^2}{34(z-2)^9} \cdot \frac{17(z-2)^8}{24(y+5x)}$;

в) $\frac{44(x-y)^8}{81(p+5q)^6} \cdot \left(-\frac{9(5q+p)^7}{33(y-x)^8} \right)$;

г) $\frac{(a-b)^{19}}{(p+7q)^{10}} \cdot \left(-\frac{(7q+p)^{11}}{(b-a)^{19}} \right)$.

2. Найдите произведение выражений:

а) $x^7 \cdot \frac{z^5}{(xy)^7}$;

в) $(b-1)^3 \cdot \frac{6}{(1-b)^2}$;

б) $(-x^8) \cdot \frac{11}{(xy)^7}$;

г) $(x-7)^5 \cdot \frac{3}{(7-x)^7}$.

3. Произведите действия:

а) $\frac{a^2-b^2}{c^2+6c+9} \cdot \frac{c+3}{a-b}$;

в) $\frac{m^3-n^4}{x+y} \cdot \frac{x^2+2xy+y^2}{m^6-n^8}$;

б) $\frac{a^2-b^2}{9+6c+c^2} \cdot \frac{c+3}{b-a}$;

г) $\frac{m^3+n^4}{y-x} \cdot \frac{x^2-2xy+y^2}{n^8-m^6}$.

4. Представьте выражение в виде дроби:

а) $\frac{x^3+y^3}{25a^2+10a+1} \cdot \frac{5a+1}{x^2-xy+y^2}$;

б) $\frac{b^2+3bc+9c^2}{a-b} \cdot \frac{a-b}{b^3-27c^3}$.

5. Пусть число m на 13 меньше, чем число n . Вычислите значение выражения:

$$\frac{(m-3)^2 - n^2}{12m^2 + 24m + 12} \cdot \frac{(m+1)^2}{m+n-3}$$

6. Вычислите значение выражения:

$$\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{a+b}\right)^2 \cdot \frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4}{a} \text{ при } a = 0,73; b = 0,27.$$

7*. Число a составляет $\frac{11}{17}$ от числа m , а число k составляет $\frac{51}{110}$ от числа a . Какую часть составляет число k от числа m ?

8*. Вычислите:

а) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{200}\right);$

б) $\left(1 - \frac{1}{y}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{y+1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{y+2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{y+3999}\right)$

при $y = 1,4$.

9*. Пусть $c - \frac{2}{c} = 12$. Найдите:

а) $\left(c - \frac{2}{c}\right)^2;$

б) $c^2 + \frac{4}{c^2}.$

10*. Точка A лежит на графике функции $y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x}$,

а точка B на графике функции $y = \frac{x^2 - 2x}{(x-6)(x-1)}$. Абсциссы

точек A и B одинаковые, а модуль произведения их ординат равен 3. Найдите координаты этих точек.

С-6. Деление алгебраических дробей

1. Произведите деление чисел:

а) $\frac{13}{44} : \frac{52}{33}$;

в) $\frac{21}{23} : 7$;

б) $48 : \frac{16}{73}$;

г) $1\frac{7}{9} : 5\frac{1}{3}$.

2. Выполните деление дробей:

а) $\frac{x^8 y^5}{8z^{18}} : \frac{3x^7 y^6}{32z^{19}}$;

в) $\frac{81x^9}{a} : (3 \cdot a^2 \cdot x^3)^3$;

б) $4x^4 y : \frac{20x^3 y^2}{z}$;

г) $\left(\frac{2b^3}{3c^6}\right)^5 : \left(\frac{8b^5}{9c^{11}}\right)^3$.

3. Представьте выражение в виде дроби и, если можно, сократите эту дробь:

а) $\frac{x^2 - y^2}{b + 2a} : \frac{y + x}{4a^2 - b^2}$;

в) $\frac{x^4 - y^2}{a^3 - 3n^3} : \frac{x^2 + y}{9n^6 - a^6}$;

б) $\frac{x^2 - y^2}{6a - 3b} : \frac{y - x}{4a^2 - b^2}$;

г) $\frac{x^2 - y^6}{3n - 18a} : \frac{y^3 - x}{n^2 - 36a^2}$.

4. Упростите выражение $\frac{\frac{1}{b} - 1}{\frac{1}{b} + 1} : \frac{1}{b^2 - 1}$ и вычислите его

значение, если $b = 0,99$.

5. Вычислите значение выражения

$$\frac{b^3 - 64c^3}{125b^3 + c^3} : \frac{b^2 + 4bc + 16c^2}{25b^2 - 5bc + c^2},$$

если число b составляет 20% от числа c .

6*. Из соотношения $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} + 1$ выразите:

а) a через b , c и d ;

в) c через a , b и d ;

б) b через a , c и d ;

г) d через a , b и c .

7*. Число x относится к числу y , как $2 : 7$, а число y относится к числу z , как $9 : 10$. Найдите отношение:

а) $\frac{x}{z}$;

в) $\frac{x+z}{y+z}$;

б) $\frac{x \cdot z}{y^2}$;

г) $\frac{x-z}{y+x}$.

8*. Постройте график функции $y = 2 : \frac{2}{x-4} + 1$.

9*. На координатной плоскости укажите все точки с координатами $(x; y)$ такие, что частное от деления дроби $\frac{3x-9}{x-y+1}$ на дробь $\frac{3-x}{y-x-1}$ не равно 3.

10*. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x+2}{x^3+ax^2-5a+4} = 0$ не имеет решений?

С-7. Совместные действия с алгебраическими дробями

1–8. Выполните действия с алгебраическими дробями:

$$1. \left(\frac{t}{p} - \frac{p}{t} \right) \cdot \frac{3pt}{p+t}.$$

$$2. \left(\frac{2x}{x-1} \right)^2 \cdot \left(\frac{x^2-2x+1}{2x} \right)^2 - x.$$

$$3. \left(\frac{3}{x-1} - \frac{2x}{x+1} \right) : \frac{4x^2+2x+6}{x^2-1}.$$

$$4. \frac{7}{3x-1} - \frac{5}{2x-1} : \frac{3x-1}{4x^2-1}.$$

$$5. \frac{527,527x^4y}{z^6} \cdot \frac{z^3}{1,3x^3} \cdot \frac{z}{7y^2} : \frac{1,1}{z} + \frac{7,3x}{y}.$$

$$6. \left(\frac{y}{xy-x^2} + \frac{x}{xy-x^2} \right) : \frac{x^2+2xy+y^2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}.$$

$$7. \frac{\frac{a-b}{a} \cdot \left(\frac{a}{a-b} + \frac{a}{b} \right)}{\frac{x-b}{x} \cdot \left(\frac{x}{x-b} + \frac{x}{b} \right)}.$$

$$8. \left(\frac{1}{2-6c} + \frac{1}{27c^3-1} : \frac{1+3c}{1+3c+9c^2} \right) \cdot \frac{2+6c}{c}.$$

9*. Упростите выражение

$$\left(\frac{p}{p^2-4} + \frac{2}{2-p} + \frac{1}{p+2} \right) : \left(p-2 + \frac{10-p^2}{p+2} \right) + \frac{2}{2-p} \text{ и найдите его}$$

значение при $p=2,5$.

10*. Постройте график функции:

$$y(x) = \frac{(5x+3)(x-1)}{2(x^2-1)} - \frac{6x+3}{3x+3}.$$

С-8. Функция $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) и ее график

1. Заполните таблицу значений функций:

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = \frac{-1}{x}$										
$y = \frac{-2}{x}$										
$y = \frac{3}{x}$										

Постройте на одном чертеже графики функций

$$y = \frac{-1}{x}; y = \frac{-2}{x}; y = \frac{3}{x}.$$

2. Сопоставьте в таблице свойства графиков функций:

- а) график лежит в 1 и 2 четвертях;
- б) график лежит в 1 и 3 четвертях;
- в) график лежит в 1 и 4 четвертях;
- г) график лежит в 2 и 3 четвертях;
- д) график лежит в 2 и 4 четвертях;
- е) график лежит в 3 и 4 четвертях.

$y = \frac{-1}{x}$	$y = \frac{3}{x}$	$y = \frac{-2}{x}$	$y = 1,5$	$y = -2,5$	$y = \begin{cases} -\frac{2}{x} & \text{при } x < 0 \\ -2 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

3. При каком значении параметра a точка с координатами $(a; 2)$:

- а) лежит на графике $y = -\frac{1}{x}$;

б) лежит на графике $y = \frac{4}{x}$;

в) не лежит на графике $y = \frac{-2}{x}$?

4. При каком значении параметра t точка с координатами $(-2; t)$:

а) лежит на графике $y = \frac{1}{x}$;

б) лежит на графике $y = \frac{-3}{x}$;

в) не лежит на графике $y = \frac{2}{x}$?

5. Используя построенные графики, определите количество общих точек этих графиков с графиками заданных в таблице функций: (например: 1 точка, 2 точки, 0 точек, бесконечно много точек и т.п.)

	$y = -\frac{1}{x}$	$y = -\frac{2}{x}$	$y = \frac{3}{x}$
$y = -3x$			
$y = -3x$			
$y = x$			
$y = 2$			
$y = 2 - x$			
$y = 0,02 - x$			
$y = \begin{cases} -\frac{2}{x} & \text{при } x < 0 \\ -2 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$			

6. Сопоставьте в таблице расположение точки относительно графика функции:

а) точка лежит на графике функции;

б) точка лежит выше графика функции;

в) точка лежит ниже графика функции;

г) расположение точки невозможно определить.

	$y = -\frac{1}{x}$	$y = -\frac{2}{x}$	$y = \frac{3}{x}$
$M(0,5; 2)$			
$N(3; 1)$			
$P(3; 3)$			
$T(1; -3)$			
$K(200; 200)$			
$L(3^{36}; 9^{18})$			

7*. Найдите расстояние между точками A и B , если:

а) точка A лежит на графике функции $y = \frac{2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{1}{x}$ и обе точки имеют абсциссу -2 ;

б) точка A лежит на графике функции $y = \frac{-2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{4}{x}$ и обе точки имеют абсциссу 1 ;

в) точка A лежит на графике функции $y = \frac{-2}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{3}{x}$ и обе точки имеют ординату -1 .

8*. Пусть точка A лежит на графике функции $y = \frac{4}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{2}{x}$. Для каждого $p \neq 0$

найдите расстояние между точками A и B , если обе точки имеют абсциссу $\frac{1}{p}$.

9*. Пусть точка A лежит на графике функции $y = \frac{3}{x}$, а точка B на графике функции $y = \frac{-2}{x}$. Для каждого $p \neq 0$ найдите расстояние между точками A и B , если обе точки имеют ординату $\frac{1}{p}$.

10*. Прямая, проходящая через начало координат, имеет с графиком функции $y = \frac{1}{x}$ общую точку, у которой отношение ординаты к абсциссе равно 16. Найдите:

- а) уравнение прямой;
- б) координаты всех точек пересечения этой прямой с графиком функции $y = \frac{1}{x}$.

С-9. Арифметический квадратный корень

1. Какие из данных утверждений являются верными, а какие нет?

а) $\sqrt{25} = \pm 5$;

г) $\sqrt{25} = 4,5$;

б) $\sqrt{25} = -5$;

д) $\sqrt{-25} = -5$.

в) $\sqrt{25} = 5$;

Верные утверждения	Неверные утверждения

2. Вычислите:

а) $\sqrt{1} - \sqrt{4} + \sqrt{9} - \sqrt{16} + \sqrt{0}$;

б) $\sqrt{25} + \sqrt{36} - (\sqrt{49} - \sqrt{64}) + \sqrt{100}$;

в) $\sqrt{100} - \sqrt{10000} + \sqrt{1000000} + \sqrt{1}$;

г) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,0001}$.

3. Вычислите:

а) $(\sqrt{9})^2 - (\sqrt{16})^2 + (\sqrt{121})^2$;

б) $(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{131})^2$;

в) $\left(\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{9}{16}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{25}{16}}\right)^2$;

г) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)^2$.

4. Даны графики функций:

а) $y = 3 - \sqrt{x+1}$;

г) $y = \frac{\sqrt{x+13}}{4}$;

б) $y = x^2 - 2$;

д) $y = (20x - 7)^2 - 13\sqrt{x-10}$.

в) $y = \sqrt{x} - \sqrt{3} + 1$;

Заполните таблицу:

График функции проходит через точку $A(3; 1)$	График функции не проходит через точку $A(3; 1)$

5. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел, найдите значения функции $y = \sqrt{x+1} - 1$ при данных значениях переменной:

x	120	1088	2915	3720	4355	5775	9603
y							

6. Пользуясь при необходимости микрокалькулятором, найдите наибольшее натуральное число, меньшее, чем $\sqrt{m}$:

m	29	372	4883	57750	960377,2
Наибольшее натуральное число, меньшее, чем $\sqrt{m}$					

7. Не пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел и микрокалькулятором, найдите значения функции

$$y = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \text{ при данных значениях переменной:}$$

x	120	1088	2915	3720	4355	5775	9603
y							

8. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x} = 7$;

в) $2\sqrt{x} - 3 = 0$;

б) $\sqrt{x} - 8 = 0$;

г) $\sqrt{2x+1} = -7$.

9*. Решите уравнения:

а) $(\sqrt{x} - 7) \cdot (x - 7) = 0$;

б) $(\sqrt{x} - 7) \cdot (x + 7) = 0$.

10*. Выберите утверждение, объясняющее, почему корень из данного числа не является натуральным числом.

- а) Квадраты натуральных чисел не могут оканчиваться данной цифрой.
- б) Данное число находится между двумя соседними числами в таблице квадратов натуральных чисел.
- в) Данное число делится на 3, но не делится на 9.
- г) Данное число при делении на 3 дает в остатке 2.

Число	2666225	252525	325678	7649	123833
Утверждение					

С-10. Уравнение $x^2 = a$

1. Сколько различных корней имеет уравнение? Ответы занесите в таблицу:

Уравнение	Число различных корней
$x^2 = 64$	
$x^2 = 27$	
$x^2 = -9$	
$x^2 = (\sqrt{81})^2 - 3^4$	
$x^2 = 25^0 - 1$	
$x^2 = 0$	
$x^2 = (\sqrt{63})^2 - 2^6$	

2. Решите уравнения:

а) $x^2 = 25$;

г) $x^2 = \sqrt{25}$;

б) $x^2 = 81$;

д) $x^2 = \sqrt{31} - 6$;

в) $x^2 = 11$;

е) $x^2 = 13 - \sqrt{169}$.

3. Найдите корни уравнения:

а) $x^3 - 25x = 0$;

в) $x^3 + 100x = 0$;

б) $x^3 = 100x$;

г) $x^3 + 17x^2 = 0$.

4. Найдите корни уравнения:

а) $(x^2 - 9)(x^2 - 49) = 0$;

в) $x^2 - 73^2 = 0$;

б) $(x^2 - 64)(x^2 + 81) = 0$;

г) $x^4 - 53^2 = 0$.

5. Найдите длину отрезка, концами которого являются точки пересечения графика функции $y = x^2$ и прямой $y = 36$.

6. При каких значениях переменной значение данного выражения равно нулю?

а) $\frac{x^2-4}{x+12}$;

в) $\frac{x^2-4}{x^2+2x-8}$;

б) $\frac{x^2-4}{3x+6}$;

г) $\frac{x^2-4}{|x|-|4-x|}$.

7*. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2-4}{x+a}=0$ имеет единственный корень? Для каждого такого значения a укажите этот корень.

8*. Найдите сумму всех таких натуральных двузначных чисел m , при которых корни уравнения $x^2=m$ — целые числа.

9*. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(-8; 6)$ и пересекающей график функции $y=x^2$ в двух точках с одинаковыми ординатами.

10*. Найдите все значения параметра b , при которых сумма всех корней уравнения

$$\frac{(x^2-4)(x^2-25)(x^2+49)(x^2-100)}{2x-b}=0$$

есть отрицательное число.

С-11. Значения квадратного корня. Функция $y = \sqrt{x}$ и ее свойства

1. Заполните таблицу значений функции на отрезке $[0; 4]$.

x	0	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{16}{49}$	1	$\frac{9}{4}$	$\frac{64}{49}$	$\frac{100}{49}$	4
$\sqrt{x}$										

Определите по таблице те значения переменной, для которых верны высказывания:

Высказывание	$x = \sqrt{x}$	$x > \sqrt{x}$	$x < \sqrt{x}$
Те значения переменной, для которых высказывание верно			

2. Используя таблицу квадратов, найдите абсциссы точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их ординатам:

x							
$y = \sqrt{x}$	14	29	41	48	72	87	93

3. Используя таблицу квадратов, найдите ординаты точек графика функции $y = \sqrt{x}$ по их абсциссам:

x	841	1444	2401	5476	6724	7056	9216
$y = \sqrt{x}$							

4. Используя свойства функции $y = \sqrt{x}$, запишите числа в порядке возрастания: $\sqrt{62}$; $\sqrt{21}$; $\sqrt{0,62}$; $\sqrt{2,1}$; $\sqrt{\frac{62}{99}}$.

5. Запишите числа в порядке убывания:

$$\sqrt{99} + \sqrt{62}; \sqrt{99} + \sqrt{21}; \sqrt{99} + \sqrt{0,62}; \sqrt{99} + \sqrt{2,1}; \sqrt{99} + \sqrt{\frac{62}{99}}.$$

С-12. Корень из произведения и частного, произведение и частное квадратных корней

1. Вычислите:

а) $(\sqrt{25} \cdot \sqrt{9})^2$;

в) $\left(\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}}\right)^2$;

б) $(\sqrt{10} \cdot \sqrt{41})^2$;

г) $\left(\frac{\sqrt{47}}{\sqrt{6}}\right)^2$.

2. Вычислите значение выражения $\sqrt{a \cdot b}$ при:

а) $a = 25, b = 49$;

в) $a = 0,09, b = 169$;

б) $a = 100, b = 9$;

г) $a = 360000, b = 49$.

3. Вычислите значение выражения $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при:

а) $a = 25, b = 49$;

в) $a = 4,9, b = 250$;

б) $a = 18, b = 200$;

г) $a = 480, b = 1080$.

4. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{\frac{100}{49}}$;

в) $\sqrt{12\frac{1}{4}}$;

б) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$;

г) $\sqrt{1 - \frac{144}{169}}$.

5. Упростите:

а) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{121}}$;

в) $\frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{1,6}}$;

б) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{162}}$;

г) $\frac{\sqrt{\frac{196}{13}}}{\sqrt{\frac{25}{13}}}$.

6. Числа a и b таковы, что $\begin{cases} a-b=36, \\ a+b=144. \end{cases}$ Не решая системы, вычислите:

темы, вычислите:

а) $\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-ab}}$;

б) $\sqrt{a^2-b^2}$.

7. Вычислите корень, преобразовав подкоренное выражение в произведение:

а) $\sqrt{26^2-24^2}$;

в) $\sqrt{51^3 \cdot 2^2 - 51^2 \cdot 2^3}$;

б) $\sqrt{145^2-144^2}$;

г) $\sqrt{(101^2+97^2)^2-(101^2-97^2)^2}$.

8. Пусть положительные числа a ; b ; c таковы, что $a^2+b^2=c^2$. Заполните пустые клетки таблицы:

a	6		30	12	47,5
b	8	4			
c		5	50	13	96,5

9*. При каких значениях переменной x выполняется равенство:

$$\sqrt{(x-2)(x-8)} = \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-8} ?$$

10*. При каких значениях параметра a прямая

$y = ax - 1$ не имеет общих точек с графиком функции

$$y = \frac{\sqrt{x(x-3)}}{\sqrt{x^2-3}} ?$$

С-13. Корень из степени, возведение корня в степень

1. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{12,7^2}$;

в) $\sqrt{(-129)^2}$;

б) $\sqrt{310^2}$;

г) $\sqrt{\left(-\frac{31}{33}\right)^2}$.

2. Упростите выражение: $\sqrt{(-41)^2} + (\sqrt{41})^2 + \sqrt{41^2}$.

3. Извлеките квадратный корень из чисел:

а) 2^8 ;

в) $3^{26} \cdot 11^{24} \cdot 13^{20}$;

б) 3^{18} ;

г) $3^{11} \cdot 11^{29} \cdot 33^5$.

4. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{10^{12} - 10^{11}}}{10^4}$;

б) $\frac{\sqrt{15^{17} + 15^{16}}}{3^8 \cdot 5^9}$.

5. Найдите значение выражений:

а) $\sqrt{(2^6 - 3^3)^2}$;

в) $\sqrt{(2^{20} - 4^{10})^2}$.

б) $\sqrt{(2^3 - 3^4)^2}$;

6. Вычислите:

а) $\sqrt{(3 + \sqrt{7})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$;

б) $\sqrt{(1 + \sqrt{7})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{7})^2}$.

7*. Упростите выражение:

а) $2\sqrt{x^2} + 5(\sqrt{x})^2$;

в) $3\sqrt{(-a)^2} + 4(\sqrt{a})^2$;

б) $3\sqrt{y^2} + 4(\sqrt{-y})^2$;

г) $3\sqrt{(-z)^2} + 4(\sqrt{-z})^2$.

8*. Постройте график функции: $y = \sqrt{(-\sqrt{x} - 4)^2} - \sqrt{x}$.

9*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{3^{44}} = |3^{22}|$;

б) $\sqrt{a^{48}} = |a^{24}|$;

в) $\sqrt{c^{42}} = |c^{21}|$;

г) $\sqrt{(x^2 - y^2)^2} = |x^2 - y^2|$;

д) $\sqrt{(x^2 + y^2)^2} = |x^2 + y^2|$;

е) $\sqrt{(6 - \sqrt{33})^2} = |6 - \sqrt{33}|$;

ж) $\sqrt{(\sqrt{y} - 2)^2} = |\sqrt{y} - 2|$;

з) $\sqrt{(\sqrt{y} + 2)^2} = |\sqrt{y} + 2|$.

10*. Докажите, что если натуральное число m имеет ровно три различных натуральных делителя, то число $\sqrt{m}$ также натуральное.

С-14. Вынесение множителя из-под знака корня

1. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{3 \cdot 5^2}$; б) $\sqrt{3 \cdot 7^4}$; в) $\sqrt{3 \cdot 11^8}$; г) $\sqrt{9 \cdot 5^6}$; д) $\sqrt{3^5 \cdot 5^7}$.

2. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{90}$; г) $\sqrt{7200}$;

б) $\sqrt{300}$; д) $\sqrt{0,03}$.

в) $\sqrt{9000}$;

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{36x}$; б) $\sqrt{24y}$; в) $\sqrt{72z}$; г) $\sqrt{80t}$.

4. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{3x^2}$; б) $\sqrt{5y^5}$; в) $\sqrt{75a^8}$; г) $\sqrt{8z^6}$.

5. Упростите:

а) $\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{45}$;

б) $3\sqrt{3} - 5\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$.

6. Найдите значение выражения:

$$\frac{\sqrt{100x} + 3\sqrt{36x} - 2\sqrt{16x}}{\sqrt{5x}}.$$

7*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $\sqrt{-x^9} = -x^4 \sqrt{-x}$;

б) $\sqrt{-x^9} = x^4 \sqrt{-x}$;

в) $\sqrt{-x^9} = -x^4 \sqrt{x}$;

г) $\sqrt{-x^9} = x^4 \sqrt{x}$;

д) выражение $\sqrt{-x^9}$ — не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{-x}$;

б) $\sqrt{-x^3} = x\sqrt{-x}$;

в) $\sqrt{-x^3} = x\sqrt{x}$;

г) $\sqrt{-x^3} = -x\sqrt{x}$;

д) выражение $\sqrt{-x^3}$ – не определено.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{-5x^3}$;

в) $\sqrt{-36a^7}$;

б) $\sqrt{-3y^5}$;

г) $\sqrt{-75c^9}$.

10*. В каких из приведенных равенств знак модуля можно не писать, а в каких писать обязательно (укажите соответствующие буквы в таблице)?

Равенства, в которых знак модуля можно не писать	Равенства, в которых знак модуля писать обязательно

а) $\sqrt{3y^2} = |y| \cdot \sqrt{3}$;

б) $\sqrt{13a^3} = |a| \cdot \sqrt{13a}$;

в) $\sqrt{7x^8} = |x^4| \sqrt{7}$;

г) $\sqrt{8a^{14}} = 2|a^7| \sqrt{2}$;

д) $\sqrt{-75x^9} = 5|x^4| \sqrt{-3x}$;

е) $\sqrt{-32y^{11}} = 4|y^5| \sqrt{-2y}$.

7. Расположите числа в порядке возрастания:

$$4\sqrt{2}; 4-\sqrt{17}; -3\sqrt{2}; \sqrt{36,5}; (\sqrt{321}-6)^0.$$

8*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $-y\sqrt{y} = -\sqrt{-y^3}$;

в) $-y\sqrt{y} = \sqrt{y^3}$;

б) $-y\sqrt{y} = \sqrt{-y^3}$;

г) $-y\sqrt{y} = -\sqrt{y^3}$;

д) в случае $-y\sqrt{y}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

9*. Выберите верные и неверные высказывания (укажите соответствующие буквы в таблице):

а) $x\sqrt{-x} = \sqrt{x^3}$;

б) $x\sqrt{-x} = -\sqrt{-x^3}$;

в) $x\sqrt{-x} = -\sqrt{x^3}$;

г) $x\sqrt{-x} = \sqrt{-x^3}$;

д) в случае $x\sqrt{-x}$ операция внесения множителя под знак радикала не выполняема.

Верные высказывания	Неверные высказывания

10*. Внесите множитель под знак корня:

а) $c\sqrt{7c}$;

в) $2a\sqrt{-6a}$;

б) $-7x\sqrt{3x}$;

г) $-7y\sqrt{-7y}$.

С-16. Действия с корнями

1. Упростите выражения:

а) $(\sqrt{11}-\sqrt{3})(\sqrt{11}+\sqrt{3})$;

б) $(5\sqrt{5}-3\sqrt{2})(3\sqrt{5}+5\sqrt{2})+8\sqrt{40}$;

в) $\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})-\sqrt{y}(\sqrt{x}-\sqrt{y})$.

2. Вычислите:

а) $(6-\sqrt{11})^2+(2+3\sqrt{11})^2$;

б) $\frac{(3\sqrt{5}-\sqrt{7})^2-(1-\sqrt{35})^2-16}{\sqrt{140}}$.

3. Упростите:

а) $\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$;

б) $\frac{4x-5y}{2\sqrt{x}+\sqrt{5y}}$;

в) $\left((3\sqrt{x}-5\sqrt{y})^2-(3\sqrt{x}+5\sqrt{y})^2\right)^2$.

4. Упростите: $\left(\frac{1}{\sqrt{a}+b}-\frac{1}{\sqrt{a}-b}\right):\frac{2b}{a^2-b^4}$.

5*. Внесите множитель под знак корня:

а) $(1+\sqrt{5})\cdot\sqrt{6-2\sqrt{5}}$;

б) $(3-\sqrt{10})\cdot\sqrt{5+2\sqrt{10}}$.

6. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{7}}$;

в) $\frac{5}{\sqrt{15}}$;

б) $\frac{5}{\sqrt{6}}$;

г) $\frac{1}{41\sqrt{2}}$.

7. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$;

в) $\frac{8}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}$;

б) $\frac{2}{\sqrt{5}+1}$;

г) $\frac{2}{41\sqrt{3}-41}$.

8*. Решите уравнения:

а) $\sqrt{x-2}=3$;

б) $\sqrt{x-10\sqrt{2}}=5-\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{x-4\sqrt{7}}=2-\sqrt{7}$.

9*. Постройте график функции $y=4+\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ и определите, сколько у этого графика общих точек с прямой $y=5+x$.

10*. Пусть $x+\frac{4}{x}=11$. Найдите значение выражения

$$\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}.$$

С-17*. Квадратные корни

1. Упростите выражение:

а) $(3-\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{11-6\sqrt{2}}$;

б) $(2-\sqrt{3})^2 + 4\sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2. Сравните числа $\frac{2}{\sqrt{35}-\sqrt{33}}$ и $\frac{4}{\sqrt{31}-\sqrt{27}}$ (советуем прибавиться от иррациональности в знаменателях дробей).

3. Определите:

а) Между какими соседними натуральными числами находится число $2\sqrt{10}$;

б) Найдите ближайшее к $\sqrt{10}$ целое число.

4. Пусть $x = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{6+2\sqrt{5}}$.

а) Найдите x^2 .

б) Каким числом является число x : натуральным, целым, отрицательным, иррациональным?

5. Упростите выражение $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \frac{x+4\sqrt{xy}+4y}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$ и вычислите его значение при $x=1,1, y=\frac{1}{9}$.

6*. Является ли число $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ корнем уравнения $y^4 - 10y^2 + 1 = 0$?

7*. Найдите сумму: $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{121}-\sqrt{120}}$.

8*. Найдите все такие натуральные числа a и b , что $\sqrt{43+30\sqrt{2}}=a+b\sqrt{2}$.

9*. Сократите дроби:

а) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{-y}}$;

б) $\frac{16x-5y}{4\sqrt{-x}+\sqrt{-5y}}$.

10*. Постройте график функции

$$y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}$$

и определите, при каких значениях параметра b этот график не имеет общих точек с прямой $y=b+x$.

С-18. Неполные квадратные уравнения

1. Заполните таблицу коэффициентов a ; b ; c квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$:

Уравнение	$x^2 - 9x + 2 = 0$	$3x^2 + x = 0$	$4 - x^2 - 7x = 0$	$x^2 - 29 = 0$
Старший коэффициент: a				
Второй коэффициент: b				
Свободный член: c				

2. Запишите в таблицу квадратное уравнение с данными коэффициентами:

Старший коэффициент: a	1	-3	-2	-1	13
Второй коэффициент: b	-1	0	-1	5	0
Свободный член: c	-4	0	8	0	-7
Уравнение					

3. Решите неполное квадратное уравнение вида

$$ax^2 + bx = 0, a \neq 0:$$

а) $x^2 - 13x = 0$;

в) $x^2 + x\sqrt{5} = 0$;

б) $x^2 + 3x = 0$;

г) $-\sqrt{2}x^2 + 8x = 0$.

4. Решите неполное квадратное уравнение, приводящееся к виду $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$:

а) $4x^2 = 7x$;

в) $(x-4)^2 + (2x+3)^2 = (4x-5)^2$;

б) $\sqrt{5}x^2 = -25x$;

г) $\frac{x^2 - 8x + 5}{5} = \frac{2x^2 + 9}{9}$.

5. Решите неполное квадратное уравнение вида

$$ax^2 + c = 0, a \neq 0:$$

а) $x^2 - 81 = 0;$

в) $x^2 - 13 = 0;$

б) $x^2 + 25 = 0;$

г) $\sqrt{3}x^2 + \sqrt{11} = 0.$

6. Решите неполное квадратное уравнение, приводящееся к виду $ax^2 + c = 0, a \neq 0:$

а) $2x^2 = 242;$

в) $(x-6)^2 + (x-13)^2 = (x-19)^2;$

б) $\sqrt{5}x^2 = -25;$

г) $\frac{x^2 - 5x + 6}{5} = \frac{2x^2 - 9x + 1}{9}.$

7. Найдите натуральное число, квадрат которого на 72 меньше квадрата натурального числа в три раза больше искомого.

8. Найдите три последовательных целых числа, такие, что сумма квадратов меньшего и большего из них на три больше квадрата среднего числа.

9. Установите соответствие между данными числами и уравнениями, корнями которых данные числа являются.

Числа:

а) $\sqrt{6};$

в) $-5;$

б) $1;$

г) $\frac{1}{5}.$

Уравнения:

1) $5x^2 + x = 0;$

2) $(1 - \sqrt{2}) \cdot x^2 + \sqrt{2} - 1 = 0;$

3) $x^3 = 6x;$

4) $\sqrt{2}x^2 = \sqrt{2} - 2;$

5) $x^2 + 8x + 15 = 0.$

а	б	в	г

10*. Для каждого значения параметра b найдите количество различных корней уравнения:

$$\frac{x^2 - 3x}{4 + \sqrt{b - x}} = 0.$$

С-19. Формула корней квадратного уравнения

1. Решите уравнения:

а) $(2x+1)^2=1$;

в) $(\sqrt{3}-4x)^2=27$;

б) $(5-3x)^2-4=0$;

г) $(3+x\sqrt{3})^2=5-4\sqrt{2}$.

2. Заполните пропуски в записях тождеств:

а) $x^2-10x+\dots=(x-\dots)^2$;

б) $16x^2+8x+\dots=(4x+\dots)^2$;

в) $x^2+x+\dots=(x+\dots)^2$;

г) $x^2-bx+\dots=(x-\dots)^2$.

3. Проверьте тождество

$$a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}=ax^2+bx+c \text{ при } a \neq 0.$$

4. Найдите дискриминант каждого из уравнений и сделайте вывод о корнях уравнения (нет корней, один корень, два различных корня).

Уравнение	$D = b^2 - 4ac$	О корнях
$4x^2-3x-7=0$		
$7x^2-x+1=0$		
$x^2-10x+25=0$		
$-7x^2-2x-9=0$		
$x^2+x+2=0$		
$3-x^2-x=0$		

5. Решите квадратные уравнения:

а) $6x^2+x-5=0$;

в) $4x^2+3x+3=0$;

б) $x^2+6x-31=0$;

г) $4x^2+12x+9=0$.

6. Решите квадратные уравнения:

а) $5x^2 - x - 1 = 0$;

в) $x^2 + 7x + 2 = 0$;

б) $x^2 + 5x + 12 = 0$;

г) $x^2 - 2x \cdot \sqrt{3} + 3 = 0$.

7. Найдите корни уравнения:

а) $\frac{4x^2 + 1}{5} = x$;

б) $\frac{x^2 - 3x}{6} = \frac{1 - 2x}{3}$.

8. Оценив значение дискриминанта, установите соответствие между данными утверждениями и квадратными уравнениями:

А) Уравнение имеет два различных корня.

Б) Уравнение имеет ровно один корень.

В) Уравнение не имеет корней.

Г) Уравнение имеет корни.

Уравнения:

1) $5x^2 + x - 143 = 0$;

4) $17x^2 + 2x\sqrt{17} + 1 = 0$;

2) $x^2 - 332x + 1 = 0$;

5) $145x^2 - x\sqrt{3} - 0,2 = 0$;

3) $131x^2 + 132x + \frac{133}{4} = 0$;

6) $(1 + \sqrt{5}) \cdot x^2 + x\sqrt{5} + 1 = 0$.

А	Б	В	Г

9*. Найдите дискриминант квадратного уравнения:

а) $3x^2 - x + c = 0$;

б) $4x^2 + b \cdot x - b^2 = 0$;

в) $t \cdot x^2 - 5x - t = 0, p \neq 0$;

г) $2x^2 - x + 1 - k = 0$.

10*. Найдите все натуральные значения параметра n , при которых уравнение $n \cdot x^2 - 5x + 2 = 0$ имеет два различных корня.

С-20. Решение квадратных уравнений и их применение для решения задач

1. Найдите абсциссы общих точек графиков функций:

а) $y = x^2$ и $y = x + 5$;

б) $y = -x^2$ и $y = x^2 + 4x - 30$.

2. Найдите ординаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = x^2$ и $y = 2x^2 - 4x + 3$;

б) $y = -x^2$ и $y = x^2 + 12x + 18$.

3. Найдите количество общих точек графиков функций.

$y = f(x)$	$y = x^2 - 2x$	$y = x^2 - 2x$	$y = x^2$	$y = x^2$
$y = g(x)$	$y = 5$	$y = -5$	$y = 5 - x$	$y = -9 - 6x$
Количество общих точек				

4. Решите уравнения:

а) $(2x - 5)^2 + (3x - 1)^2 = 26$;

б) $(2x - 5)^2 + (3x - 1)^2 = 13x$;

в) $(2x - 5)^2 + (3x - 1)^2 = -26$.

5. Найдите катет прямоугольного треугольника, если он меньше гипотенузы на 3 и больше второго катета на 3.

6. Рассмотрите задачу: «Найдите длину большей стороны прямоугольника, если его периметр равен 30, а площадь 56». Выберите уравнение, соответствующее условию данной задачи, при условии, что x обозначили искомую длину.

а) $x(30 - x) = 56$;

в) $x(15 - x) = 56$;

б) $x^2 + (15 - x)^2 = 56$;

г) $x(15 + x) = 56$.

7*. Решите уравнения:

а) $|x|^2 = 2x + 8$;

б) $3x + 4 = |x + 2|^2$.

8*. Найдите все такие значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 - 5x + 4)(x - a) = 0$ имеет ровно два различных корня.

9*. Существуют ли такие значения параметра a , при которых уравнение $(x^2 - 5x + 4)^2 + (x - a)^2 = 0$ имеет хотя бы один корень?

10*. Найдите все такие натуральные значения c , при которых корни уравнения $x^2 - 3x + c = 0$ целые числа.

С-21*. Квадратные уравнения (дополнительно)

1. Решите квадратные уравнения:

- а) $2x^2 - 5x + 3 = 0$;
- б) $2(x+1)^2 - 5(x+1) + 3 = 0$;
- в) $2(x-3)^2 - 5(x-3) + 3 = 0$.

2. Решите квадратные уравнения:

- а) $7x^2 + x - 8 = 0$;
- б) $7(4x)^2 + (4x) - 8 = 0$;
- в) $7\left(\frac{x}{6}\right)^2 + \left(\frac{x}{6}\right) - 8 = 0$.

3. Пусть уравнение $5x^2 - 11x - 3 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$), а уравнение $5(t+2)^2 - 11(t+2) - 3 = 0$ имеет корни t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$). Не решая этих уравнений, найдите $\frac{1}{x_1 - t_1} + \frac{2}{x_2 - t_2}$.

4. Пусть уравнение $5x^2 - 11x - 3 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$), а уравнение $5(3t)^2 - 11(3t) - 3 = 0$ имеет корни t_1 и t_2 ($t_1 < t_2$). Не решая этих уравнений, найдите $\frac{x_1}{t_1} + \frac{x_2}{t_2}$.

5. Не решая уравнения $2x^2 - 6x + 3 = 0$, составьте новое уравнение, корни которого:

- а) на 1 меньше корней данного уравнения;
- б) на 2 больше корней данного уравнения.

6. Не решая уравнения $x^2 - 5x + 1 = 0$, составьте новое уравнение, корни которого:

- а) равны корням данного уравнения, увеличенным в 3 раза;
- б) равны корням данного уравнения, уменьшенным в 2 раза.

7. Не решая уравнения $x^2 - 9x - 11 = 0$, составьте новое уравнение, корнями которого являются:

- а) числа, противоположные корням данного уравнения;
- б) числа, обратные корням данного уравнения.

8. Существует ли такое значение параметра c , при котором:

- а) сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 6x + c = 0$ равна 22? Если не существует, то почему? Если существует — найдите все такие значения c ;
- б) сумма квадратов корней уравнения $x^2 + 6x + c = 0$ равна 16? Если не существует, то почему? Если существует — найдите все такие значения c .

9. Не решая уравнения, найдите сумму всех различных его корней:

- а) $(4x^2 + 9x + 1)(4x^2 - 11x + 2) = 0$;
- б) $(4x^2 + 9x + 1)(4x^2 - 11x + 10) = 0$.

10. Для каждого значения параметра b найдите количество различных корней уравнения:

- а) $(x - 6) \cdot (x^2 - (b + 2)x + 2b) = 0$;
- б) $(x + 3b) \cdot (x^2 - (b + 2)x + 2b) = 0$.

С-22. Теорема Виета

1. Выберите правильные предложения и запишите соответствующие им буквы в ответ:

а) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -b$, $x_1 \cdot x_2 = c$.

б) Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = \frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

в) Если x_1 и x_2 корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = \frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$.

г) Если x_1 и x_2 корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{c}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{b}{a}$.

д) Если x_1 и x_2 корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

2. Три из данных четырех квадратных уравнений имеют два различных корня, а одно корней не имеет. Не решая уравнений, найдите сумму и произведение корней каждого из этих трех уравнений:

а) $3x^2 + 5x - 6 = 0$;

б) $x^2 - 3x + 4 = 0$;

в) $2x^2 - 5x + 3 = 0$;

г) $0,2x^2 - x - 3 = 0$.

Буква соответствующего уравнения				
Сумма корней				
Произведение корней				

3. Не решая уравнения $x^2 - 5x - 12 = 0$, найдите:

a) $x_1 + x_2$;

B) $x_1(x_2 - 1) + x_2 \cdot (x_1 - 1)$;

6) $x_1 \cdot x_2$;

$$\Gamma) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$$

4. Каждое из данных уравнений имеет два различных корня. Один из них известен. Найдите другой.

Уравнение	x_1	x_2
$x^2 - 5x + 4 = 0$	1	
$x^2 - 7x + 10 = 0$	5	
$42x^2 - 13x - 55 = 0$	-1	
$2x^2 + 5x + 2 = 0$	-0,5	
$2x^2 - 5x + 2 = 0$	2	

5. Выберите правильные предложения и запишите соответствующие им буквы в ответ:

а) Если числа k и l таковы, что их сумма равна $-q$, а произведение равно $-p$, то k и l являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

б) Если числа k и l таковы, что их сумма равна q , а произведение равно $-p$, то k и l являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

в) Если числа k и l таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно q , то k и l являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

г) Если числа k и l таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно $-q$, то k и l являются корнями квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$.

6. Выберите верное обоснование того, что числа l_1 и l_2 являются корнями квадратного уравнения $x^2 - (l_1 + l_2)x + l_1 \cdot l_2 = 0$:

- а) по теореме Виета;
 б) по утверждению, обратному теореме Виета;
 в) по теореме Фалеса;
 г) по формуле корней квадратного уравнения.

7. Найдите корни квадратных уравнений, применив утверждение, обратное теореме Виета:

- а) $x^2 - (k+l)x + k \cdot l = 0$; в) $x^2 - (k-l)x - k \cdot l = 0$;
 б) $x^2 - (3 + \sqrt{7})x + 3\sqrt{7} = 0$; г) $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})x - \sqrt{15} = 0$.

8. Составьте приведенное квадратное уравнение с корнями:

- а) l_1 и l_2 ; в) -3 и -12 ;
 б) -2 и 8 ; г) 5 и $\sqrt{5}$.

9*. На числовой прямой взяты точки A и B , соответствующие корням данного квадратного уравнения x_1 и x_2 ($x_1 < x_2$): $A(x_1)$; $B(x_2)$ и точка $O(0)$. Найдите соответствие между квадратными уравнениями и утверждениями:

- а) точка B лежит между точками O и A ;
 б) точка A лежит между точками O и B ;
 в) точка O лежит между точками A и B .

- 1) $x^2 + 15x + 2 = 0$;
 2) $x^2 - 1,7x + 10 = 0$;
 3) $x^2 - 17x - 10 = 0$;
 4) $x^2 - 15x + 5,2 = 0$.

а	б	в

10*. При каком значении параметра a один из корней уравнения $x^2 - 14x + a = 0$ на 2 больше другого?

С-23. Дробно-рациональные уравнения

1. Решите уравнения:

а) $\frac{4x^2+x-5}{x^2+1}=0$;

в) $\frac{4x^2+x-5}{16x^2-1}=0$;

б) $\frac{4x^2+x-5}{x^2-1}=0$;

г) $\frac{4x^2+x-5}{16x^2-25}=0$.

2. Найдите корни уравнений:

а) $\frac{1}{x} + \frac{3}{x-4} = -1$;

б) $\frac{6}{x+5} + \frac{7}{8-x} = 2$.

3. При каких значениях t значение выражения $\frac{7}{3t+1}$ на 4 меньше, чем значение выражения $t + 3$?

4. При каких значениях p отношение значения выражения $\frac{7}{3p+1}$ к значению выражения $\frac{1}{p}$ равно 2?

5. Найдите расстояние между точками пересечения графика функции $y = \frac{3x^2}{x^2+8}$ и прямой $y = 2$.

6. На графике функции $y = \frac{3x-2}{x+6}$ найдите точки с равными координатами.

7. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{2}{x-1}$;

б) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1}$.

8*. Сколько общих точек имеют графики функций?

а) $y = x^2 - 4$ и $y = 2x^2 - 5x + 2$;

б) $y = \frac{1}{x^2-4}$ и $y = \frac{1}{2x^2-5x+2}$;

в) $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ и $y = \frac{x}{2x^2 - 5x + 2}$;

г) $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ и $y = \frac{x-2}{2x^2-5x+2}$.

9*. При каких значениях параметра b корнем уравнения $\frac{b-1}{x} - \frac{3}{x-2} = \frac{b}{x-1}$ является число 3?

10*. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x^2 - (3+b)x + 3b}{(x-1)(x+2)} = 0$ имеет единственный корень? В ответе запишите сумму всех таких значений b .

С-24. Текстовые задачи

1. Какое из приведенных уравнений соответствует задаче:

«Мастер, работая один, выполняет задание в три раза быстрее, чем то же задание выполняет ученик. За какое время мастер выполнит задание один, если мастер и ученик, работая совместно, выполняют задание за 12 дней? (Пусть мастер выполнит все задание за x дней.)»

а) $x + 3x = 12$;

г) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{12}$;

б) $x + \frac{x}{3} = 12$;

д) $\frac{1}{x} + \frac{3}{x} = \frac{1}{12}$?

в) $\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = 12$;

2. Расстояние между пунктами А и Б по шоссе 200 км. Из А и Б выезжают одновременно навстречу друг другу автомобиль и мотоцикл. Скорость мотоцикла в два раза меньше скорости автомобиля, поэтому мотоцикл прибывает в А на 2 часа позже, чем автомобиль в Б. Найдите скорость мотоцикла. Примите скорость мотоцикла за v и составьте уравнение для решения задачи.

3. Цена товара снижалась два раза на одно и то же число процентов и снизилась в результате с 700 рублей до 343 рублей. На сколько процентов каждый раз снижалась цена товара?

4. Бассейн может быть заполнен двумя различными трубами. Первая труба, включенная одна, заполняет бассейн на 15 минут быстрее, чем включенная одна вторая. За какое время может заполнить бассейн одна вторая труба, если при совместном включении они заполняют бассейн за 18 минут?

5. Периметр прямоугольного треугольника 30 см. Гипотенуза больше одного из катетов на 1 см. Найдите длину большего катета.

6. Поезд на станции был задержан на 4 мин, поэтому, чтобы наверстать опоздание на участке длиной 20 км, он увеличил скорость на нем на 10 км/час. Найдите скорость поезда по расписанию.

7. Установите соответствие между текстовыми задачами и составленными к ним уравнениями, если x — искомая величина.

а) Ребро куба уменьшили на 1 см, после чего его объем уменьшился на 21 см^3 . Найдите первоначальную длину ребра куба.

б) Сторону квадрата уменьшили на 1 см, после чего его площадь уменьшилась на 21 см^2 . Найдите первоначальную длину стороны квадрата.

1) $(x-1)^2 = x^2 - 21$;

4) $(x+1)^2 - x^2 = 21$;

2) $(x+1)^3 = x^3 + 21$;

5) $x^3 - (x-1)^3 = 21$.

3) $x^2 - (x+1)^2 = 21$;

а	б

8. Укажите буквы, соответствующие верным утверждениям.

а) Если число a больше числа c на 3, то $c = a + 3$.

б) Если число a меньше числа c на 3, то $a = c + 3$.

в) Если точка с координатами $(a; b)$ лежит на графике $y = 5x^2 + x$, то $a = 5b^2 + b$.

г) Если точка с координатами $(a; b)$ лежит на графике $y = 5x^2 + x$, то $b = 5a^2 + a$.

д) Точки, сумма координат которых равна -3 , лежат на прямой $y = x - 3$.

- е) Точки, сумма координат которых равна -3 , лежат на прямой $y = x + 3$.
- ж) Точки, сумма координат которых равна -3 , лежат на прямой $y = -x - 3$.
- з) Точки, произведение координат которых равно -2 , лежат на прямой.
- и) Точки, произведение координат которых равно -2 , лежат на гиперболе.
- к) Точки, произведение координат которых равно -2 , лежат на параболе.

9. В одном сплаве 5% олова, а в другом 30% олова. После того как эти сплавы переплавили в один, получился сплав весом 5 кг, в котором 20% олова. Найдите вес второго сплава.

10. Имеются денежные купюры номиналом 5000, 1000, 500, 100, 50 и 10 рублей.

- а) Какое наибольшее число купюр надо взять, чтобы общая сумма была 3330 рублей?
- б) Какое наименьшее число купюр надо взять, чтобы общая сумма была 3330 рублей?

С-25. Числовые неравенства

1. Вместо каждого из данных высказываний запишите соответствующее ему неравенство:

- а) Число c больше числа d .
 б) Число c меньше числа d .
 в) Число c не более числа d .
 г) Число c не менее числа d .
 д) Число c больше числа d , но меньше числа t .
 е) Число c не более числа d , но не менее числа t .

а	б	в	г	д	е

2. Какие из данных высказываний являются верными, а какие неверными? Запишите в таблицу В (верно) или Н (неверно):

$7 > 5$	$9 < 8$	$-126 \leq -125$	$7 \geq 7$	$-0,345 > 0,3$	$31 \geq 32$	$25 \geq 25$

3. На числовой прямой отмечены числа k, l, m, p, t (рис. 8).

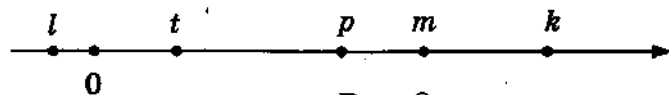


Рис. 8

- а) Расположите числа в порядке возрастания.
 б) Расположите числа в порядке убывания.
 в) Во второй строке таблицы поставьте «+», если число первой строки положительное и «-», если число первой строки отрицательное:

$k - l$	$n - p$	$p - l$	$-t + l$	$m - k$	$t + (-m)$

4. Из данных утверждений выберите верные.

Дано $a < b$. При всех таких a и b :

- а) $a + b$ — положительное число;
- б) $a - b$ — положительное число;
- в) $a < b + 1$;
- г) $(a - b)^2$ — положительное число;
- д) $(a + b)^2$ — положительное число;
- е) $a^2 < b^2$.

5. Расположите в порядке возрастания числа:

$$\sqrt{10}+1; 5; \frac{378}{104}; \frac{377}{104}; 8\sqrt{2}; 12; \sqrt{11}-4.$$

6. Расположите в порядке убывания числа (x и y принимают любые значения):

- а) $3\sqrt{7}$; 9; $\sqrt{2}$; 6,98;
- б) $-3\sqrt{7}$; -9; $-\sqrt{2}$; -6,98;
- в) $x+3\sqrt{7}$; $x+9$; $x+\sqrt{2}$; $x+6,98$;
- г) $x-3\sqrt{7}$; $x-9$; $x-\sqrt{2}$; $x-6,98$;
- д) $3\sqrt{7}-y$; $9-y$; $\sqrt{2}-y$; $6,98-y$.

7. Сравните число b с нулем, если:

Дано	$b - a > 0$	$b - a < 0$	$\frac{a}{b} \geq 0$	$b - a > 6$	$a^2 + b^2 = 0$
Дано	$a > 0$	$a < 0$	$a < 0$	$a > 0$	
Сравнить b с нулем					

8*. Изобразите на координатной плоскости множество всех точек, у которых:

- а) координаты — равные между собой отрицательные числа;
- б) обе координаты положительны;

- в) произведение координат равно нулю;
 г) произведение координат — неположительное число.

Для каждого пункта сделайте свой небольшой рисунок.

9*. Какие из данных выражений принимают положительное значение при любых значениях a и b ?

- а) $a^2 - 2ab + b^2 + 6$; г) $(a - b)^2 + (b - 1)^2$;
 б) $a^2 + 2ab + b^2 - 9$; д) $(a - b)^2 + (a - 2)^2 + (b + 3)^2$;
 в) $a^2 + 2ab + b^2 + 9$; е) $a^2 - 2ab + 2b^2 - 4b + 5$.

10*. Сопоставьте данные квадратные уравнения и утверждения об их корнях:

- а) $3x^2 + 27x - 1 = 0$; г) $3x^2 - x + 27 = 0$;
 б) $3x^2 - 27x - 1 = 0$; д) $3x^2 + 27x + 1 = 0$;
 в) $3x^2 - 27x + 1 = 0$; е) $23x^2 + (7 - \sqrt{83})x = 0$.

- 1) Уравнение корней не имеет.
- 2) Уравнение имеет корни разных знаков, причем модуль отрицательного корня больше положительного корня.
- 3) Уравнение имеет корни разных знаков, причем модуль отрицательного корня меньше положительного корня.
- 4) Уравнение имеет два корня, один из которых положительный, а второй равен нулю.
- 5) Уравнение имеет два корня, один из которых отрицательный, а второй равен нулю.
- 6) Уравнение имеет два положительных корня.
- 7) Уравнение имеет два отрицательных корня.

а	б	в	г	д	е

С-26. Числовые неравенства, свойства числовых неравенств. Оценка значения выражений

1. Функция $y = f(x)$ задана графиком (см. рис. 9).

Найдите координаты точек:

- а) с наибольшей абсциссой;
- б) с наименьшей абсциссой;
- в) с наибольшей ординатой;
- г) с наименьшей ординатой.

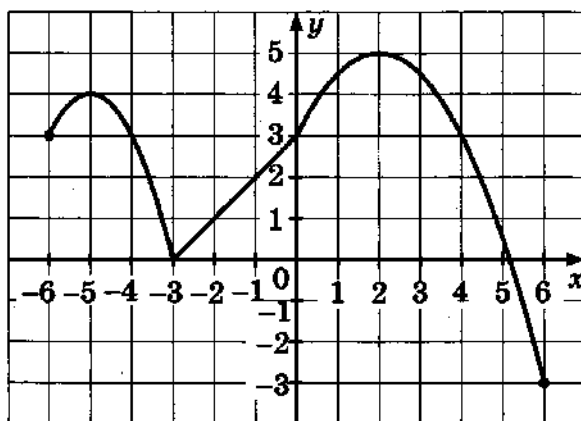


Рис. 9

2. Функция $y = g(x)$ задана графиком (см. рис. 10). Расположите в порядке возрастания следующие значения функции: $g(0)$; $g(1)$; $g(2)$; $g(3)$; $g(6)$; $g(11)$.

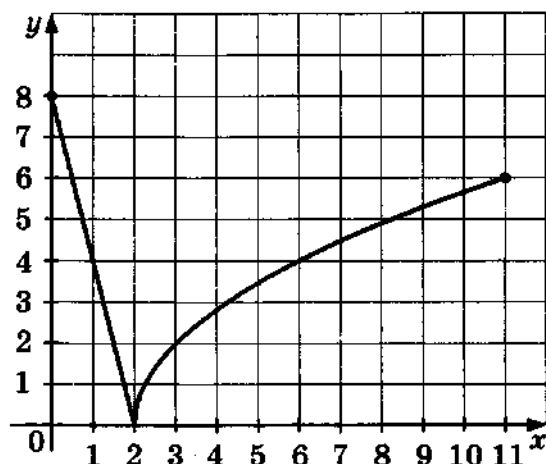


Рис. 10

3. Для каждого указанного значения переменной x сравните значение выражения $\frac{x^2(x-5)(x+2)}{x+3}$ с нулем. В таблице поставьте либо «+» (если значение больше нуля), либо «-» (если значение меньше нуля), либо 0 (если значение равно нулю):

x	-5	-2,5	-2	-0,5	5	101,2
Сравнение с нулем						

4. Контрольную работу по алгебре писали 24 человека. После проверки оказалось, что трое получили двойку, 8 человек тройку, 10 четверку, а остальные пятерку. Контрольную работу по геометрии писали 22 человека, из которых 1 человек получил двойку, 7 человек тройку, 9 человек четверку, а остальные пятерку. По каждой работе все оценки выписали по порядку возрастания так 2;...2; 3;...3; 4;...4; 5;...5.

Сравните:

- а) процент успеваемости (отношение количества положительных оценок к общему числу оценок);
- б) процент качества знаний (отношение количества четверок и пятерок к общему числу оценок);
- в) среднее арифметическое;
- г) моду;
- д) размах;
- е) медиану.

5. В треугольнике ABC угол A равен 28° , а угол B равен 34° . Запишите в порядке возрастания длины сторон треугольника.

6. Известно, что $a < b$. При этом условии сравните значения выражений x и y , стоящих в первом и втором столбцах таблицы. В третьем столбце запишите: либо « $x > y$ », либо « $x < y$ », либо «сравнить невозможно».

x	y	Сравнить x и y
$a + 5$	$b + 5$	
$a - 3$	$b - 3$	
$-a$	$-b$	
a	$b - 1$	
$a - 2$	b	
$1 - a$	$1 - b$	
$10a$	$10b$	
$-4a$	$-4b$	
$\frac{a}{15}$	$\frac{b}{15}$	
$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	

7. Известно, что число a находится между числами 12 и 13.

а) Между какими соседними натуральными числами находится число $\frac{a}{2}$?

б) К какому из найденных соседних натуральных чисел число $\frac{a}{2}$ находится ближе?

8. Пусть $5 < b < 8$. Найдите:

а) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число b ;

б) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число $2b$;

в) сумму всех различных целых значений, которые может принимать число $\frac{b}{2}$.

9*. Докажите, что если в квадратном уравнении

$x^2 + px + q = 0$ число q — отрицательное, то при любом значении p уравнение имеет два различных корня, знаки которых тоже разные.

10*. Пусть $2 < d < 3$. Оцените значения выражений:

a) $d + 9$; г) d^2 ;

б) $3d$; д) $\frac{1}{d}$.

В) 3,1 - d;

С-27. Числовые промежутки

1. Сопоставьте данные неравенства с обозначениями соответствующих числовых промежутков:

- | | |
|------------------------|-----------------|
| а) $a < x < b$; | д) $x \leq b$; |
| б) $a < x \leq b$; | е) $x > a$; |
| в) $a \leq x \leq b$; | ж) $x \geq a$; |
| г) $a \leq x < b$; | з) $x < b$. |

- 1) интервал;
- 2) числовой луч;
- 3) числовой отрезок (отрезок);
- 4) открытый числовой луч;
- 5) полуинтервал.

а	б	в	г	д	е	ж	з

2. Сопоставьте записанные числовые промежутки (1–9) с соответствующими утверждениями (а–и).

- | | |
|---------------------------|---------------------|
| 1) $[a; +\infty)$; | 6) $(b; +\infty)$; |
| 2) $(-\infty; +\infty)$; | 7) $[a; b]$; |
| 3) $(a; b)$; | 8) $[a; b]$; |
| 4) $(a; +\infty)$; | 9) $(-\infty; a)$. |
| 5) $[a; b]$; | |

- | | |
|--------------------------------------|------------------|
| а) $a \leq x \leq b$; | е) $x \geq a$; |
| б) $a < x \leq b$; | ж) $a < x < b$; |
| в) $a \leq x < b$; | з) $x \leq b$; |
| г) x – любое действительное число; | и) $x > a$. |
| д) $x < b$; | |

1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. Заполните таблицу, сделав во втором столбце рисунки, соответствующие записи в первом столбце таблицы.

	рисунок
$4 \leq x < 5$	
$[-1; +\infty)$	
$x \leq 193$	
$[-231; 2,5]$	
$x < b$	
$x = 5$	

4. Из данных записей выберите неверные:

- а) $(7; 6)$; д) $[-3; -\infty)$;
б) $(-19; 3)$; е) $[-3; +\infty)$;
в) $[-\infty; 7)$; ж) $[-3; -3]$.
г) $16 \geq 2$;

5. Запишите пересечения следующих множеств:

- а) $(-2; 8) \cap [0; 11]$; в) $(-\infty; 9) \cap [0; 6]$;
б) $(-\infty; 4) \cap [0; 6]$; г) $(-\infty; 10) \cap [0; +\infty)$.

6. Запишите объединение следующих множеств:

- а) $(-2; 8)$ и $[0; 11]$; в) $(-\infty; 9)$ и $[0; 6]$;
б) $(-\infty; 4)$ и $[0; 6]$; г) $(-\infty; 10)$ и $[0; +\infty)$.

7. Найдите наибольшее целое число, принадлежащее данному множеству:

- a) $(-6; 8)$; г) $\left(\frac{304}{305}; \frac{3001}{300}\right)$;
б) $[0; 10]$; д) $[-2; 2\sqrt{5}]$.
в) $(-\infty; 9)$;

	а	б	в	г	д
Наибольшее целое число на данном промежутке					

8*. Для каждого из данных числовых промежутков укажите количество целых чисел, ему принадлежащих:

а) $(-12, 2; 11]$;

в) $[0; 109)$;

б) $(-31, 8; -30, 9)$;

г) $\left(\frac{107}{108}, \frac{1007}{1008}\right)$.

	а	б	в	г
Количество целых чисел на промежутке				

9*. Найдите все такие целые значения параметра t , при которых пересечение множеств $(0; 2, 6]$ и $[t; 31]$ есть отрезок. В ответе запишите сумму всех таких различных t .

10*. Найдите все такие целые значения параметра t , при которых пересечение множеств $(0; 7, 2]$ и $[t; t+5)$ есть отрезок. В ответе запишите среднее арифметическое всех таких различных t .

С-28. Решение неравенств с одной переменной

1. Какие из данных чисел:

-1 ; 2 ; $-1,6$; $1,9$; $-1,6$; $-8\frac{2}{3}$; 0 являются решениями неравенства $-2x > 3$?

2. Решите неравенства:

а) $3x - 2 > -5$;

в) $\frac{x}{4} \leq 6$;

б) $7 - 3x > 4$;

г) $\frac{x}{2-\sqrt{5}} \leq 2 + \sqrt{5}$.

Для каждого из них запишите ответ в виде множества и изобразите это множество на рисунке.

3. Не решая неравенств (а—г), соотнесите их ответ с предлагаемыми множествами (1—4):

а) $6 + 4x > 1$;

в) $3 - 5x > -2$;

б) $\frac{x}{10} \leq 3$;

г) $\frac{x}{1-\sqrt{2}} \leq 0$.

1) $(a; +\infty)$;

3) $(-\infty; b]$;

2) $[c; +\infty)$;

4) $(-\infty; m)$.

а	б	в	г

4. Решите неравенства:

а) $(2x - 3)^2 + (x + 1)^2 < 5x^2$;

б) $\frac{-5x-2}{4} \geq -3$;

в) $\frac{5x-2}{15} \leq \frac{x+3}{10}$;

г) $(3x + 1)^2 > (3x - 4)(3x - 2)$.

5. Решите неравенство $b \cdot t \leq 3$ при:

- | | |
|--------------|--------------------|
| а) $b=2$; | в) $b=0$; |
| б) $b=-10$; | г) $t=-\sqrt{3}$. |

6. Решите неравенство $b \cdot t < -3b$ при:

- | | |
|--------------|--------------------|
| а) $b=2$; | в) $b=0$; |
| б) $b=-10$; | г) $t=-\sqrt{3}$. |

7. Определите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

- | | |
|----------------|--------------------|
| а) $x < 3,5$; | б) $7 - 3x > 11$. |
|----------------|--------------------|

8. Определите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству:

- | | |
|----------------|--------------------|
| а) $x > 3,5$; | б) $7 - 3x < 11$. |
|----------------|--------------------|

9*. При каком значении параметра p наибольшее натуральное число, удовлетворяющее неравенству $x < p$, равно 11?

10*. При каких значениях h число 5 является решением неравенства:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| а) $2x + 7 < h$; | г) $h \cdot (x-5) < 3$; |
| б) $2x + h < 11$; | д) $h \cdot (x-5) < -3$? |
| в) $h \cdot x + 7 < 11$; | |

С-29. Задания, приводящие к неравенствам с одной переменной

1. При каком значении переменной b точка $M(5; b)$ лежит ниже графика функции $y = 6x - 5$?

2. При каком значении переменной b точка $M(3; 10)$ лежит ниже графика функции $y = 6x + b$?

3. При каком значении параметра a квадратное уравнение $2x^2 + 9x + a = 0$ имеет два различных корня?

4. При каком значении параметра m сумма корней квадратного уравнения $4x^2 + (3m - 8)x - 19 = 0$ больше 11?

5. При каком значении параметра h графики функций $y = 3x + 1$ и $y = x^2 + h$ не имеют общих точек?

6. Одна из сторон параллелограмма равна 8 см. Оцените длину соседней стороны параллелограмма, если известно, что его периметр больше 24 см.

7. Одна из сторон прямоугольника равна 5 см. Оцените длину соседней стороны прямоугольника, если известно, что его площадь не менее 24 см^2 .

8. Выписали набор чисел: 2; 2; 3; 4; 5; 5; a (a — наибольшее из этих чисел). При каких значениях a :

- а) размах набора не менее 7;
- б) среднее арифметическое набора больше 6;
- в) медиана набора равна 4;
- г) модой набора является только число 5?

9*. При каком значении параметра a точка пересечения прямых $y = 7x - 2a + 3$ и $y = 9x - 4a - 13$ имеет отрицательную положительную абсциссу?

10*. При каком значении параметра a точка пересечения прямых $y = 7x - 2a + 3$ и $y = 9x - 4a - 13$ имеет положительную ординату?

С-30. Применение неравенств к исследованию функций

1. Найдите области определения функции:

а) $y = 2x - 3\sqrt{x-8}$;

б) $y = \frac{\sqrt{4-x} + 11x^5}{567}$.

2. Найдите все значения переменной, при которых определена функция:

а) $y = \frac{2x - 3\sqrt{x-8}}{x^2 + 25}$;

в) $y = \frac{2x - 3\sqrt{x-8}}{x+8}$;

б) $y = \frac{2x - 3\sqrt{x-8}}{x-8}$;

г) $y = \frac{2x - 3\sqrt{x-8}}{x-11}$.

3. Укажите допустимые значения переменной:

а) $y = \frac{\sqrt{4-x} + 11x^5}{3x}$;

в) $y = \frac{\sqrt{4-x} + 11x^5}{x(x-3)}$;

б) $y = \frac{\sqrt{4-x} + 11x^5}{x(x-6)}$;

г) $y = \frac{\sqrt{4-x} + 11x^5}{x^2 - 17}$.

4. При каких значениях переменной значения функции $y = 4x - 3$ больше 12?

5. При каких значениях переменной значения функции $y = 7 - 10x$ не менее 7?

6. При каких значениях переменной значения функции $y = \frac{1-5x}{2-\sqrt{7}}$ меньше $2 + \sqrt{7}$?

7*. При каких значениях переменной значения функции $y = 5x^2 - 3x + 17 - 5|2 + x^2|$ не более -3?

8*. При каких значениях параметра b областью определения функции $y = \frac{4x - 3\sqrt{x-9}}{x-b}$ является числовой луч?

9*. Прямые $y = 2x - 1$; $y = 3$ и $x = b$ образуют прямоугольный треугольник.

При каких значениях числа b длина катета этого треугольника, лежащего на прямой $x = b$, не менее 9?

(Рассмотрите два случая расположения этого треугольника относительно прямой $y = 3$.)

10*. Докажите, что все значения функции

$$y = x^4 + \frac{1}{x^4} \text{ не менее } 2.$$

С-31. Решение систем неравенств

1. Дана система неравенств: $\begin{cases} x < 9 \\ x \leq 5 \end{cases} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$. Рассмотрите

каждое из приведенных в таблице чисел и поставьте галочку в соответствующих строках.

	-19,2	0	5	6	9	13	$4\sqrt{5}$
Является решением только неравенства (1)							
Является решением только неравенства (2)							
Является решением обоих неравенств							
Не является решением ни одного из неравенств							
Является решением системы неравенств							

2. Решите системы неравенств:

- а) $\begin{cases} x < 9, \\ x \leq 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 9, \\ x \geq 5; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} x \leq 9, \\ x > 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x > 9, \\ x < 5. \end{cases}$

3. Пусть $c < d$. Сопоставьте каждой из данных систем неравенств (а, б, в, г) ее ответ (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8).

- а) $\begin{cases} x < c, \\ x < d; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > c, \\ x > d; \end{cases}$
- б) $\begin{cases} x < c, \\ x > d; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x > c, \\ x < d. \end{cases}$
- 1) $(d; c)$; 5) $(-\infty; d)$;
- 2) $(c; d)$; 6) $(c; +\infty)$;
- 3) решений нет; 7) $(d; +\infty)$;
- 4) $(-\infty; c)$; 8) $(-\infty; c]$.

а	б	в	г

4. Решите системы неравенств:

$$а) \begin{cases} 7x-4 > 4x-8, \\ 9x+1 \leq 13x-2; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} (2\sqrt{3}-1) \cdot x \leq 6\sqrt{3}-2, \\ (1-\sqrt{3}) \cdot x < \sqrt{3}-1. \end{cases}$$

5. Решите системы неравенств:

$$а) \begin{cases} \frac{6x^2+9x-4}{2} \geq 3x^2-1, \\ 7x+2 > 12x-9; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} \frac{10x-3}{2} \geq \frac{3x+1}{5}, \\ 7x+1 \geq 13x-15. \end{cases}$$

6. Решите двойные неравенства:

$$а) 2 < 3x + 8 < 23;$$

$$б) 2 < 11 - 3x < 23;$$

$$в)* 2x < 3x + 8 < 23x;$$

$$г)* 2x > 3x + 8 > 23x.$$

7*. Найдите все целые решения системы неравенств:

$$а) \begin{cases} 14t \geq 61, \\ t < 2\sqrt{41}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 2^{13} \cdot x > 9+2^{16}, \\ x \leq 25,6; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} x < \frac{1234}{1235}, \\ x > \frac{1235}{1234}; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} 0,0001x < 0,0004, \\ -100000x \geq 100000. \end{cases}$$

8*. Решите системы неравенств:

а) $\begin{cases} x > 2, \\ 2|x-1| < 13; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x < 3, \\ 2|x-1| < 13. \end{cases}$

9*. При каких значениях параметра b системе неравенств $\begin{cases} 4x > 25, \\ x \leq b \end{cases}$ удовлетворяют ровно 6 целых чисел?

10*. При каждом значении параметра m решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 2x \leq 4m+3, \\ 3x \geq 1-m. \end{cases}$$

С-32. Задания, приводящие к системам неравенств с одной переменной

1. Две стороны треугольника равны соответственно 7 и 15.

а) В каких пределах может изменяться третья сторона этого треугольника?

б) Сколько различных целых значений может принимать периметр этого треугольника?

2. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{4x-15} + x \cdot \sqrt{17-2x}$;

б) $y = \sqrt{4x-15} - 4x \cdot \sqrt{17x-2}$;

в) $y = \sqrt{4x-15} + (2x+16) \cdot \sqrt{x-23}$;

г) $y = \sqrt{4x-15} \cdot \sqrt{30-8x}$.

3. При каких значениях переменной определены следующие выражения:

а) $y = \frac{8 + \sqrt{x-4}}{\sqrt{9-x} + 2}$;

б) $y = \frac{3 + \sqrt{x-4}}{\sqrt{9-x}}$;

в) $y = \frac{2 + \sqrt{x-4}}{\sqrt{9-x} - 6}$;

г) $y = \frac{11 + \sqrt{x-4}}{\sqrt{9-x} - 2}$?

4*. При каких значениях параметра a прямые

$y = 2x - a$ и $y = x + 3 + a$ пересекаются в первой четверти?

5*. При каких значениях параметра b уравнение $(x^2 - 6x + b)(x^2 + 2bx + b^2 - b + 13) = 0$ не имеет решений?

6*. Постройте график функции

$$y = (\sqrt{2-x} + \sqrt{x-1})^2 + (\sqrt{2-x} - \sqrt{x-1})^2.$$

7*. При каких значениях переменной значения выражения $\frac{2-5x}{4}$ положительны, но не превосходят 20?

8*. Сколько существует таких целых чисел k , при которых число $8k + 9$ — трехзначное?

9*. При каком значении параметра b решением двойного неравенства $-2 \leq 3x - b \leq 5$ является отрезок:

- а) содержащий число 0;
- б) не содержащий числа 0;
- в) содержащий единственное целое число 0;
- г) содержащий ровно два целых числа, одно из которых 0?

10*. Катер, выйдя из пункта А, проплыл 4 часа по течению, а затем 5 часов против течения. Скорость катера в стоячей воде равна 18 км/ч. Найдите скорость течения, при которой катер в конце путешествия окажется не далее чем в 4 км от пункта А.

С-33. Степень с целым показателем

1. Вычислите:

а) $3^{-1} - 4^{-1}$;

в) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{9}\right)^{-1}$;

б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} - \left(\frac{9}{7}\right)^{-1}$;

г) $\left[\left(3\frac{4}{9}\right)^{-1} - \left(5\frac{1}{4}\right)^{-2}\right] \cdot ((3,5)^0 - 1)$.

2. Найдите значение выражения:

а) $(2^{-1})^{-3}$;

в) $(2^{-1} + 3^2)^{-1}$;

б) $(2^{-1} \cdot 3^2)^{-1}$;

г) $(2^{-1} - 3^{-1} \cdot 6)^{-1}$.

3. Укажите буквы пунктов, соответствующих верным утверждениям:

а) Отрицательная степень определена для всех действительных чисел кроме нуля;

б) Отрицательная степень определена только для положительных действительных чисел;

в) $a^k : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{k-n}$;

г) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$;

д) $(a \cdot b)^{-n} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b^n}$;

е) $a^{-3} + a^{-4} \cdot b = a^{-4} \cdot (a+b)$;

ж) $a^{-1} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{\frac{b}{a^2}} \ (a \neq 0)$;

з) $(-a)^{1-2n} = -\left(a^{-1}\right)^{2n-1} \ (a \neq 0; n \text{ — целое число})$.

4. Сравните значение выражений:

а) $4^{-1} \cdot 5^{-1}$ и 20^{-1} ;

в) $(\sqrt{2})^{-2}$ и $\sqrt{2^{-2}}$;

б) $3^{-1} - 4^{-1}$ и 11^{-1} ;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ и $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)^{-1}$.

5. Вынесите за скобку x в наименьшей степени:

а) $x^2 - 3x^3$;

в) $x^{-2} - 3x^3$;

б) $x^{-2} - 3x^{-3}$;

г) $x^{-2} - 3$.

6*. Упростите выражение:

а) $\left((b+x)\left(\frac{x}{b-x}\right)^{-1} - b^2x^{-1}\right)^{-3}$;

б) $\left(b^2x^{-1} - (b+x)\left(\frac{x}{b-x}\right)^{-1}\right)^{-3}$.

7*. Решите уравнение $3x^{-2} - 5x^{-1} + 2 = 0$.

8*. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2x+3}\right)^{-1} \leq 4$.

9*. Найдите область определения функции

$$y = (1 + \sqrt{31 - 5x})^3 - (2 - \sqrt{x})^{-13}.$$

10*. При каких значениях b графики функций

$$y = \left(\frac{1}{x-5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{x+2}\right)^{-1} \text{ и } y = b \text{ не имеют общих точек?}$$

С-34. Задания, аналогичные заданиям ГИА и ЕГЭ, за курс алгебры

1. 400 карандашей разложили по коробкам по 15 карандашей в каждой. Какое минимальное число коробок потребуется, чтобы уложить в них все карандаши?

2. Сколько карандашей можно купить на 400 рублей, если цена одного карандаша 15 рублей?

3. Вычислите:

а) $6\frac{1}{4} \cdot (0,1 + 0,02)$;

в) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2^{-1} + 5^{-1}}\right)^{-1}$.

б) $\frac{20}{1 - \frac{3}{5}}$;

4. Запишите в ответе номера выражений, значения которых неотрицательны.

1) $6 - 2\sqrt{7}$;

4) $\frac{(0,2)^3 - (0,2)^4}{(1,2)^3 - (1,2)^4}$;

2) $9 - 4\sqrt{6}$;

5) $\sqrt{0,8} - 0,9$;

3) $(-1)^{23} + (-1)^0$;

6) $(-0,1)^{39} \cdot (0,2)^{45}$.

5. Цену товара сначала понизили на 20%, а затем повысили на 20%. Как и на сколько процентов изменилась цена товара?

6. Укажите номера верных утверждений:

1) $(a : b) + c = (a + c) : (b + c)$.

2) $(a + b) : c = a : c + b : c$.

3) Если x_1 и x_2 корни квадратного уравнения

$$2x^2 - 3x - 7 = 0,$$

то $x_1 + x_2 = \frac{7}{2}$.

4) Квадратным корнем из неотрицательного числа a называется любое число b такое, что $b^2 = a$.

5) $\sqrt{c^2} = c$;

6) $\sqrt{c^2} = |c|$;

7) $\sqrt{c^2} = \pm c$.

8) Квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два различных корня тогда и только тогда, когда его дискриминант неотрицателен.

7. На каком из рисунков (11—14) изображена прямая $y = -\frac{2}{3}x - 1$?

В ответе укажите номер этого рисунка.

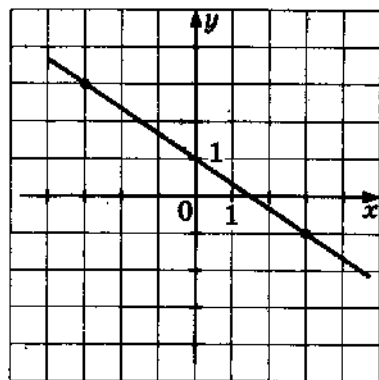


Рис. 11

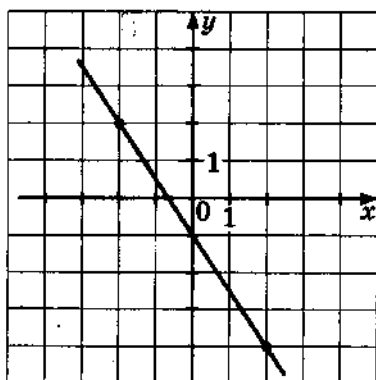


Рис. 12

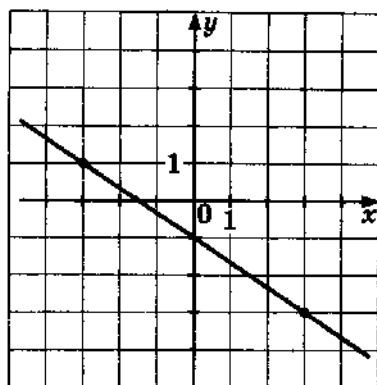


Рис. 13

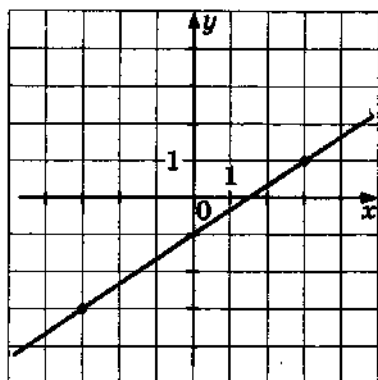


Рис. 14

8. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} 2(3x+4y)-(x-y)=19, \\ x+9y=11. \end{cases}$$

9*. Найдите абсциссы всех таких точек графика функции $y = 5x - 15$, для которых ордината больше абсциссы.

10*. При каких значениях параметра b графики функций $y = \frac{3x^2 - 3x}{x}$ и $y = b \cdot x + 2$ не имеют общих точек?

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К-1. Сокращение, сложение и вычитание алгебраических дробей

Подготовительный вариант

1. При каких значениях букв данная алгебраическая дробь имеет смысл?

а) $\frac{13}{a-5}$;

в) $\frac{17k}{|k|+4}$.

б) $\frac{x+2}{y-3,7}$;

2. Сократите дробь:

а) $\frac{12x^4y^6}{18x^3y^8}$;

г) $\frac{ax-ay+4x-4y}{16-a^2}$;

б) $\frac{a^2-a}{a^2}$;

д) $\frac{x^{20}y^{20}+x^8y^{50}}{x^{13}y+xy^{31}}$;

в) $\frac{x+3y}{x^2-9y^2}$;

е) $\frac{x^3+27y^3}{x+3y}$.

3. Выполните действия:

а) $\frac{7x+5}{1-x} + \frac{3x+6}{x-1}$;

г) $\frac{3}{x} + \frac{4x-3}{x-1}$;

б) $\frac{7-xy}{5x+xy} + \frac{y}{5+y}$;

д) $\frac{3x-1}{x^2+2x} - \frac{3}{x+2} + \frac{5}{x}$;

в) $3x - \frac{3x^2}{x+1}$;

е) $\frac{2}{x^2-9} + \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x+3}$.

Дополнительные задания

4*. Постройте график функции:

$$y = \frac{4x^2 - 1}{2x - 1} - \frac{x^2 + x}{x}.$$

5*. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 6x + 8};$

б) $\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^2 - x - 1}.$

1 ВАРИАНТ

1. При каких значениях букв данная алгебраическая дробь имеет смысл?

а) $\frac{11}{c-6};$

в) $\frac{10m}{|m|+25}.$

б) $\frac{a+1}{b-1,5};$

2. Сократите дробь:

а) $\frac{14a^3b^5}{21a^4b};$

г) $\frac{ax - ay + 3x - 3y}{9 - a^2};$

б) $\frac{x^2 + x}{x^2};$

д) $\frac{x^{23}y^{23} + x^9y^{55}}{x^{15}y + xy^{33}};$

в) $\frac{a+2b}{a^2-4b^2};$

е) $\frac{x^3 - 125y^3}{x - 5y}.$

3. Выполните действия:

а) $\frac{2t+1}{2-t} + \frac{4t-3}{t-2};$

г) $\frac{2}{x} + \frac{3x-2}{x+1};$

б) $\frac{2-ab}{2a+ab} + \frac{b}{2+b};$

д) $\frac{3+x}{x^2+x} - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x};$

в) $c - \frac{c^2}{c+1};$

е) $\frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}.$

Дополнительные задания

4*. Постройте график функции:

$$y = \frac{9x^2 - 1}{3x + 1} - \frac{x^2 - x}{x}.$$

5*. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 - 6x + 5};$

б) $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 + x + 1}.$

2 ВАРИАНТ

1. При каких значениях букв данная алгебраическая дробь имеет смысл?

а) $\frac{-1}{a+8};$

в) $\frac{13m}{6+m^2}.$

б) $\frac{y-2}{x-2,5};$

2. Сократите дробь:

а) $\frac{15xy^4}{10x^3y^2};$

г) $\frac{2a-2c+ax-cx}{4-x^2};$

б) $\frac{ab-b}{b^2};$

д) $\frac{x^{20}y^{20}+x^8y^{48}}{x^{13}y+xy^{29}};$

в) $\frac{4x^2-y^2}{2x-y};$

е) $\frac{x^3-64y^3}{x-4y}.$

3. Выполните действия:

а) $\frac{2k-5}{3-k} + \frac{4-k}{k-3};$

г) $\frac{4}{x} + \frac{5x-4}{x+2};$

б) $\frac{3x^2}{x^2-1} - \frac{3x}{x-1};$

д) $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x};$

в) $\frac{7a}{a-b} - 7;$

е) $\frac{3}{x^2-1} - \frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1}.$

Дополнительные задания

4*. Постройте график функции:

$$y = \frac{9x^2 - 1}{3x - 1} - \frac{2x^2 + x}{x}.$$

5*. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 3x - 4};$

б) $\frac{x^4 + 3x^2 + 4}{x^2 - x + 2}.$

К-2. Умножение и деление, совместные действия с алгебраическими дробями

Подготовительный вариант

1. Выполните умножение дробей:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a^2b^2}{c^6} \cdot \frac{c^4}{a^3b}; & \quad \text{в) } \frac{(a-b)^2}{a^2+ab} \cdot \frac{ab+b^2}{4a-4b}. \\ \text{б) } \frac{25-a^2}{24ab} \cdot \frac{48b^3}{a^2-10a+25}; & \end{aligned}$$

2. Выполните деление дробей:

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{a^3b^3}{k^4} : \frac{a^4b^2}{k}; & \quad \text{в) } \frac{34x^2y}{k^2-4k+4} : \frac{17xy^2}{k^2-4}. \\ \text{б) } \frac{m^2-mn}{n^2+mn} : \frac{3m-3n}{6(m+n)}; & \end{aligned}$$

3. Упростите выражение:

$$(4a^2-9b^2) \cdot \left(\frac{1}{2a+3b} + \frac{1}{2a-3b} \right).$$

4. Выполните действия:

$$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a} \right) \cdot \frac{a-b}{2b}; \\ \text{б) } \left(\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} - \frac{4m+4n}{mn} \cdot \frac{1}{2m+2n} \right) \cdot \frac{mn}{n^2-m^2}. \end{aligned}$$

Дополнительные задания

5*. Постройте график функции:

$$y = \frac{5-x}{x^2+4} : \frac{x^2-5x}{4x^2+16}.$$

6*. Пусть $\frac{1}{x} - x = 4$. Найдите $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

7*. Пусть $\frac{x}{y}=4$. Найдите значение выра:

$$\frac{x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}.$$

1 ВАРИАНТ

1. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{ab^2}{c^4} \cdot \frac{c^2}{ab};$

в) $\frac{(x+y)^2}{x^2-xy} \cdot \frac{xy-y^2}{5x+5y}.$

б) $\frac{36-b^2}{35ab} \cdot \frac{45b^2}{b^2-12b+36};$

2. Выполните деление дробей:

а) $\frac{ab^3}{m^2} : \frac{a^2b}{m};$

в) $\frac{48a^2b}{k^2-6k+9} : \frac{24ab^2}{k^2-9}.$

б) $\frac{b^2+bc}{c^2-bc} : \frac{5b+5c}{10(b-c)};$

3. Упростите выражение:

$$(4x^2-25y^2) \cdot \left(\frac{1}{2x+5y} + \frac{1}{2x-5y} \right).$$

4. Выполните действия:

а) $\left(\frac{y}{y-x} - \frac{y-x}{y} \right) \cdot \frac{y-x}{x};$

б) $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} - \frac{2a-2b}{ab} \cdot \frac{1}{a-b} \right) \cdot \frac{a^2b^2}{a^2-b^2}.$

Дополнительные задания

5*. Постройте график функции:

$$y = \frac{10-x}{x^2+2} : \frac{x^2-10x}{5x^2+10}.$$

6*. Пусть $x + \frac{1}{x} = 3$. Найдите $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

7*. Пусть $\frac{y}{x} = 3$. Найдите $\frac{3y^2 - 2xy + x^2}{x^2 + xy + y^2}$.

2 ВАРИАНТ

1. Выполните умножение дробей:

а) $\frac{a^3b}{c^5} \cdot \frac{c^4}{a^2b}$;

в) $\frac{(a+b)^2}{a^3+a^2b} \cdot \frac{ab^2+b^3}{4a+4b}$.

б) $\frac{100-y^2}{21xy} \cdot \frac{28y^2}{y^2+20y+100}$;

2. Выполните деление дробей:

а) $\frac{a^2b^4}{m^3} : \frac{a^3b^2}{m^2}$;

в) $\frac{36b^2c}{a^2+14a+49} : \frac{18bc^2}{a^2-49}$.

б) $\frac{a^2-ab}{a^2+ab} : \frac{9a-9b}{10(a+b)}$;

3. Упростите выражение:

$$(9x^2 - 16y^2) \cdot \left(\frac{1}{3x-4y} - \frac{1}{3x+4y} \right).$$

4. Выполните действия:

а) $\left(\frac{x}{x+z} - \frac{x+z}{x}\right) \cdot \frac{z+x}{z};$

б) $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x+y} \cdot \frac{2x+2y}{xy}\right) \cdot \frac{x^2 y^2}{x^2 - y^2}.$

Дополнительные задания

5*. Постройте график функции:

$$y = \frac{3-x}{x^2+3} : \frac{x^2-3x}{2x^2+6}.$$

6*. Пусть $x - \frac{1}{x} = 2$. Найдите $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

7*. Пусть $\frac{y}{x} = 2$. Найдите $\frac{4y^2 - 3xy + x^2}{x^2 - xy + y^2}.$

К-3. Квадратные корни

Подготовительный вариант

1. Вычислите:

- а) 43^2 ; г) $\sqrt{184900}$;
 б) $(-43)^2$; д) $\sqrt{18,49}$;
 в) $\sqrt{1849}$; е) $\sqrt{0,001849}$.

2. Найдите значение выражения:

- а) $\sqrt{16 \cdot 36}$; д) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$;
 б) $\sqrt{(-9) \cdot (-16)}$; е) $\sqrt{1\frac{7}{10}} \cdot \sqrt{\frac{5}{34}}$;
 в) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$; ж) $\sqrt{13^2} + \sqrt{(-8)^2} - (\sqrt{8})^2 - \sqrt{(-6)^2}$.
 г) $\sqrt{3 \cdot 48}$;

3. Сравните значения выражений $\sqrt{x^2 - y^2}$ и $x - y$ при $x = 13$, $y = 5$.4. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2 + y^2}$ при данных x и y .

x	0	-6	3	8	6	$\sqrt{5}$	$\sqrt{11}$	$5\sqrt{2}$
y	5	0	-4	-15	-8	2	5	$-5\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2 + y^2}$								

Дополнительное задание

5*. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $\sqrt{\left(5\frac{4}{11}\right)^2 + 2 \cdot 5\frac{4}{11} \cdot 3\frac{7}{11} + \left(3\frac{7}{11}\right)^2}$;

б) $\sqrt{113^2 - 112^2}$;

в) $\sqrt{\left(4\frac{5}{6}\right)^2 - 2 \cdot 4\frac{5}{6} \cdot 13\frac{5}{6} + \left(13\frac{5}{6}\right)^2}$.

1 ВАРИАНТ

1. Вычислите:

а) 49^2 ;

г) $\sqrt{240100}$;

б) $(-49)^2$;

д) $\sqrt{24,01}$;

в) $\sqrt{2401}$;

е) $\sqrt{0,002401}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{9 \cdot 49}$;

д) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$;

б) $\sqrt{(-25) \cdot (-16)}$;

е) $\sqrt{1\frac{1}{12}} \cdot \sqrt{\frac{4}{39}}$;

в) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$;

ж) $\sqrt{17^2} + \sqrt{(-16)^2} - (\sqrt{10})^2 - \sqrt{(-8)^2}$.

г) $\sqrt{5 \cdot 125}$;

3. Сравните значения выражений $\sqrt{x^2 + y^2}$ и $x + y$

при $x = 24$, $y = 7$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2+y^2}$ при данных x и y .

x	4	0	5	-7	10	$\sqrt{21}$	$\sqrt{13}$	$6\sqrt{2}$
y	0	-6	-12	24	-24	2	6	$-6\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2+y^2}$								

Дополнительное задание

5*. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $\sqrt{\left(2\frac{8}{17}\right)^2 + 2 \cdot 2\frac{8}{17} \cdot 1\frac{9}{17} + \left(1\frac{9}{17}\right)^2}$;

б) $\sqrt{145^2 - 144^2}$;

в) $\sqrt{\left(5\frac{2}{7}\right)^2 - 2 \cdot 5\frac{2}{7} \cdot 21\frac{2}{7} + \left(21\frac{2}{7}\right)^2}$.

2 ВАРИАНТ

1. Вычислите:

а) 37^2 ;

г) $\sqrt{136900}$;

б) $(-37)^2$;

д) $\sqrt{13,69}$;

в) $\sqrt{1369}$;

е) $\sqrt{0,001369}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{9 \cdot 25}$;

д) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$;

б) $\sqrt{(-9) \cdot (-25)}$;

е) $\sqrt{3\frac{1}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7}{88}}$;

в) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$;

ж) $\sqrt{15^2} + \sqrt{(-13)^2} - (\sqrt{7})^2 - \sqrt{(-5)^2}$.

г) $\sqrt{3 \cdot 75}$;

3. Сравните значения выражений $\sqrt{a^2+b^2}$ и $a+b$ при $a=5$, $b=12$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt{x^2+y^2}$ при данных x и y .

x	3	0	4	-5	8	$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	$-7\sqrt{2}$
y	0	-7	-3	12	-6	1	3	$7\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2+y^2}$								

Дополнительное задание

5*. Вычислите наиболее рациональным способом:

а) $\sqrt{\left(7\frac{1}{3}\right)^2 + 2 \cdot 7\frac{1}{3} \cdot 8\frac{2}{3} + \left(8\frac{2}{3}\right)^2}$;

б) $\sqrt{85^2 - 84^2}$;

в) $\sqrt{\left(3\frac{1}{5}\right)^2 - 2 \cdot 3\frac{1}{5} \cdot 7\frac{1}{5} + \left(7\frac{1}{5}\right)^2}$.

К-4. Свойства квадратных корней

Подготовительный вариант

1. Вычислите:

а) $10\sqrt{0,36} - \sqrt{144}$;

б) $3 \cdot \sqrt{2\frac{7}{9}}$;

в) $\sqrt{80} + \sqrt{125} - \sqrt{45} + \sqrt{405} - \sqrt{500}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $(1 - 5\sqrt{2})(1 + 5\sqrt{2})$;

б) $(3\sqrt{8} + 5\sqrt{2})^2$;

в) $\sqrt{(6 - 7\sqrt{2})^2}$;

г) $\sqrt{18} - (\sqrt{14} - 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} + 4\sqrt{2}$;

д) $(7\sqrt{2} - \sqrt{98} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$.

3. Освободитесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{7}{\sqrt{70}}$;

в) $\frac{4 + \sqrt{2}}{4 - \sqrt{2}}$.

б) $\frac{6}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$;

4. Сократите дробь:

а) $\frac{a - 100}{\sqrt{a} - 10}$;

в) $\frac{y + \sqrt{by}}{b\sqrt{y}}$.

б) $\frac{\sqrt{m} + 2}{m + 2\sqrt{m}}$;

Дополнительные задания.

5*. 1) Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{36m^{10}n^{12}}$, если $m > 0$; $n > 0$;

б) $\sqrt{800b^4}$, если $b < 0$;

в) $\sqrt{y^{18}z^7}$, если $y < 0$, $z < 0$.

2) Внесите множитель под знак корня:

а) $-2\sqrt{13}$; б) $x^5y^2\sqrt{y}$, если $x < 0$; $y > 0$.

6. Выполните действия:

$$\left(\frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} + \sqrt{a} \right) : \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a - b}.$$

1 ВАРИАНТ

1. Вычислите:

а) $10\sqrt{0,49} - \sqrt{121}$;

б) $5 \cdot \sqrt{2\frac{14}{25}}$;

в) $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{125} - \sqrt{180}$.

2. Найдите значение выражения:

а) $(1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3})$;

б) $(3\sqrt{12} + 2\sqrt{3})^2$;

в) $\sqrt{(3 - 2\sqrt{5})^2}$;

г) $\sqrt{75} - (\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} - 3\sqrt{3}$;

д) $(5\sqrt{3} - \sqrt{108} + \sqrt{21}) \cdot \sqrt{3} - 3\sqrt{7}$.

К-5. Квадратные уравнения*Подготовительный вариант*

1. Решите неполное квадратное уравнение:

а) $x^2 + 4x = 0$;

в) $7x^2 + 1 = 0$.

б) $6x^2 - 24 = 0$;

2. Решите уравнение:

а) $x^2 - 11x + 18 = 0$;

в) $x^2 - x - 3 = 0$.

б) $3x^2 - 2x - 40 = 0$;

3. Решите уравнение:

а) $3x^2 - x + 8 = 0$;

б) $16x^2 - 40x + 25 = 0$;

в) $2x^2 - 65x + 130\sqrt{145} = 0$.

4. Найдите корни уравнения

$$(4x - 3)^2 + (3x + 2)^2 = 47 - 3x.$$

Дополнительные задания

5*. Для всякого значения a решите уравнение

$$x^2 - (3a - 1)x - 3a = 0.$$

6*. При каких b уравнение $5x^2 + bx + 20 = 0$ имеет один корень? Для каждого такого b найдите этот корень.

1 ВАРИАНТ

1. Решите неполное квадратное уравнение:

а) $x^2 + 5x = 0$;

в) $3x^2 + 7 = 0$.

б) $3x^2 - 27 = 0$;

2. Решите уравнение:

- а) $x^2 - 11x + 24 = 0$; в) $x^2 + x - 4 = 0$.
 б) $2x^2 - x - 15 = 0$;

3. Решите уравнение:

- а) $4x^2 + x + 7 = 0$; в) $4x^2 - 55x + 110\sqrt{125} = 0$.
 б) $16x^2 - 40x + 25 = 0$;

4. Найдите корни уравнения

$$(2x + 5)^2 + (5x - 3)^2 = 75 + 2x.$$

Дополнительные задания

5*. Для всякого значения a решите уравнение

$$x^2 - (4a + 1)x + 4a = 0.$$

6*. При каких b уравнение $2x^2 + bx + 8 = 0$ имеет один корень? Для каждого такого b найдите этот корень.

2 ВАРИАНТ

1. Решите неполное квадратное уравнение:

- а) $x^2 - 3x = 0$; в) $5x^2 + 3 = 0$.
 б) $7x^2 - 28 = 0$;

2. Решите уравнение:

- а) $x^2 - 13x + 22 = 0$; в) $x^2 - x - 1 = 0$.
 б) $3x^2 + x - 30 = 0$;

3. Решите уравнение:

- а) $2x^2 - x + 11 = 0$;
 б) $9x^2 - 42x + 49 = 0$;
 в) $3x^2 - 75x + 140\sqrt{181} = 0$.

4. Найдите корни уравнения:

$$(3x + 4)^2 + (5x - 1)^2 = 38 + x.$$

Дополнительные задания

5*. Для всякого значения a решите уравнение

$$x^2 - (2a + 1)x + 2a = 0.$$

6*. При каких b уравнение $3x^2 + bx + 12 = 0$ имеет один корень? Для каждого такого b найдите этот корень.

К-6. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Теорема Виета

Подготовительный вариант

1. Решите уравнение:

а) $\frac{x+3}{x+2} = \frac{x-1}{x-7}$;

в) $\frac{2}{x} + \frac{1}{x-1} = 2$.

б) $\frac{x+2}{x-1} = 6-x$;

2. Не решая уравнения, найдите $x_1 + x_2$ и $x_1 \cdot x_2$ (т.е. сумму и произведение его корней):

а) $x^2 + 6x - 12 = 0$;

б) $2x^2 - 7x - 6 = 0$.

3. Найдите корни уравнения подбором (используя теорему Виета):

а) $x^2 - (4 + 9)x + 4 \cdot 9 = 0$;

б) $x^2 - 4x + 3 = 0$;

в) $x^2 - (\sqrt{5} + 3)x + 3\sqrt{5} = 0$;

г) $x^2 + (b^3 - 2)x - 2b^3 = 0$.

4. Составьте какое-либо квадратное уравнение с корнями 9 и -5.

5. При каком значении p один из корней уравнения $x^2 - px + 7 = 0$ равен единице? В этом случае найдите второй корень.

Дополнительные задания

6*. Решите уравнение:

$$x^2 - 9x = 639^2 - 9 \cdot 639.$$

7*. При каком значении a уравнение $\frac{x^2-4x+3}{x-a}=0$ имеет один корень?

1 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение:

а) $\frac{x+2}{x+1} = \frac{x-3}{x-7};$

в) $\frac{3}{x} + \frac{2}{x-1} = 2.$

б) $\frac{x-1}{x-3} = 7-x;$

2. Не решая уравнения, найдите x_1+x_2 и $x_1 \cdot x_2$ (т.е. сумму и произведение его корней):

а) $x^2 + 5x - 13 = 0;$

б) $4x^2 - 3x - 5 = 0.$

3. Найдите корни уравнения подбором (используя теорему Виета):

а) $x^2 - (3 + 11)x + 3 \cdot 11 = 0;$

б) $x^2 - 5x + 4 = 0;$

в) $x^2 - (\sqrt{7} + 3)x + 3\sqrt{7} = 0;$

г) $x^2 + (c^4 - 5)x - 5c^4 = 0.$

4. Составьте какое-либо квадратное уравнение с корнями 11 и -4.

5. При каком значении p один из корней уравнения $x^2 - px + 9 = 0$ равен единице? В этом случае найдите второй корень.

Дополнительные задания

6*. Решите уравнение:

$$x^2 - 7x = 847^2 - 7 \cdot 847.$$

7*. При каком значении a уравнение $\frac{x^2 - x - 6}{x - a} = 0$ имеет один корень?

2 ВАРИАНТ

1. Решите уравнение:

а) $\frac{x+4}{x+3} = \frac{x-1}{x-5}$; б) $\frac{x+1}{x-1} = 5-x$; в) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = 2$.

2. Не решая уравнения, найдите $x_1 + x_2$ и $x_1 \cdot x_2$ (т.е. сумму и произведение его корней):

а) $x^2 + 7x - 11 = 0$; б) $3x^2 - 5x - 9 = 0$.

3. Найдите корни уравнения подбором (используя теорему Виета):

а) $x^2 - (5 + 8)x + 5 \cdot 8 = 0$;

б) $x^2 - 3x + 2 = 0$;

в) $x^2 - (\sqrt{3} + 2)x + 2\sqrt{3} = 0$;

г) $x^2 + (a^2 - 3)x - 3a^2 = 0$.

4. Составьте какое-либо квадратное уравнение с корнями 8 и -7.

5. При каком значении p один из корней уравнения $x^2 - px + 6 = 0$ равен единице? В этом случае найдите второй корень.

Дополнительные задания

6*. Решите уравнение:

$$x^2 - 8x = 727^2 - 8 \cdot 727.$$

7*. При каком значении a уравнение $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - a} = 0$ имеет один корень?

К-7. Текстовые задачи, сводящиеся к квадратным уравнениям

Подготовительный вариант

1. Площадь прямоугольника, одна из сторон которого на 3 см больше другой, равна 54 см^2 . Найдите стороны и периметр прямоугольника.

2. Скорость моторной лодки в стоячей воде 7 км/ч. Время, затраченное на движение лодки на расстояние 24 км по течению и расстояние 24 км против течения, равно 7 ч.

Найдите скорость течения реки.

3. Первый насос выкачивает воду из резервуара на 2 ч быстрее, чем второй насос, и на 40 мин медленнее, чем работая вместе со вторым насосом.

За сколько часов выкачивает воду из резервуара первый насос?

Дополнительное задания

4*. Ежесуточный процент увеличения количества бактерий в пробирке – постоянное число. За двое суток количество бактерий в пробирке увеличилось на 96%. На сколько процентов увеличивается это количество за сутки?

1 ВАРИАНТ

1. Площадь прямоугольника, одна из сторон которого на 2 см больше другой, равна 35 см^2 . Найдите стороны и периметр прямоугольника.

2. Скорость моторной лодки в стоячей воде 15 км/ч. Время, затраченное на движение лодки на расстояние 36 км по течению и 36 км против течения, равно 5 ч.

Найдите скорость течения реки.

3. Первая бригада трактористов вспахивает поле на 3 ч дольше, чем вторая бригада, вспахивающая то же поле, и на 4 ч дольше, чем работая вместе со второй бригадой. За сколько часов вспахивает поле первая бригада самостоятельно?

Дополнительное задание

4*. За два года население городка увеличилось на 44%. На сколько процентов увеличивается население городка ежегодно, если процент увеличения населения – постоянное число?

2 В А Р И А Н Т

1. Площадь прямоугольника, одна из сторон которого на 4 см больше другой, равна 32 см². Найдите стороны и периметр прямоугольника.

2. Скорость моторной лодки в стоячей воде 10 км/ч. Время, затраченное на движение лодки на расстояние 24 км по течению и 24 км против течения, равно 5 ч.

Найдите скорость течения реки.

3. Мастер тратит на всю работу на 3 дня меньше, чем ученик, и на один день больше, чем работая вместе с учеником. За сколько дней выполняет всю работу мастер, работая один?

Дополнительное задание

4*. За два месяца вклад увеличился на 21%. Сколько процентов в месяц банк платит вкладчику? (Проценты начисляются каждый месяц.)

К-8. Решение линейных неравенств*Подготовительный вариант*

1. Решите неравенство:

а) $2x + 5 < 6;$

в) $\frac{7x-4}{5} \geq \frac{4x+3}{2};$

б) $7-9x \geq 3;$

г) $\frac{2x+5}{3} - \frac{6x-1}{4} \geq x+1.$

2. При каких x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{3-8x};$

б) $\frac{3+x}{\sqrt{x-9}}?$

3. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $2x + 11 \geq 68.$ 4*. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $3x \leq \sqrt{730}.$ *Дополнительное задание*5*. При каких значениях a выполняется неравенство $(2a^2+3)(7a-4) \leq 0?$ **1 ВАРИАНТ**

1. Решите неравенство:

а) $4x - 3 < 10;$

в) $\frac{2x-11}{3} \geq \frac{6x+5}{7};$

б) $3-8x \leq 4;$

г) $\frac{4x-3}{5} - \frac{5x+2}{3} \leq x+3.$

2. При каких x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{7-9x};$

б) $\frac{4-x}{\sqrt{x+13}}?$

3. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $3 - 4x \geq 101$.

4*. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $2x \geq \sqrt{580}$.

Дополнительное задание

5*. При каких значениях a выполняется неравенство $(a^2 + 10)(2a - 5) \geq 0$?

2 ВАРИАНТ

1. Решите неравенство:

а) $3x - 3 < 7$;

в) $\frac{8x+1}{3} \leq \frac{7x-5}{4}$;

б) $5 - 11x \leq 2$;

г) $\frac{3x-1}{2} - \frac{5x+1}{3} \leq x-2$.

2. При каких x имеет смысл выражение:

а) $\sqrt{3-5x}$;

б) $\frac{2-x}{\sqrt{x-11}}$?

3. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $5 - 3x \geq 105$.

4*. Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $2x \geq \sqrt{328}$.

Дополнительное задание

5*. При каких значениях a выполняется неравенство $(a^2 + 6)(3a - 7) \geq 0$?

К-9. Системы линейных неравенств

Подготовительный вариант

1. Решите систему неравенств:

$$а) \begin{cases} x \leq 8, \\ x > 3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} -x \leq -5, \\ x > 3; \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} -2x \leq -12, \\ 3x \leq 45; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} \frac{x}{4} \leq 1,25, \\ -3x > -9. \end{cases}$$

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 15,4 - 5,1x > -1,4 - 2,3x, \\ 6,6x + 7,9 \geq 1,8x + 5,4. \end{cases}$$

В ответ запишите целые решения системы.

3. При каких значениях x определено нижеприведенное выражение?

$$а) \sqrt{4-8x};$$

$$г)* \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-7};$$

$$б) \frac{x+2}{x\sqrt{4+8x}};$$

$$д)* \frac{\sqrt{4-3x}}{|x|} + \frac{2-7x}{\sqrt{x+1}}.$$

$$в) \sqrt{4+8x^2};$$

Дополнительное задание

4*. Даны уравнения $x^2 = a - 5$ и $x^2 = 4 - 3a$. При каких значениях a :

а) оба уравнения имеют корни;

б) уравнение $x^2 = a - 5$ имеет корни, а уравнение $x^2 = 4 - 3a$ не имеет корней;

в) оба уравнения не имеют корней?

1 ВАРИАНТ

1. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x \geq 5, \\ x < 10; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x \geq 4, \\ -x > -6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -4x \leq -12, \\ 3x \leq 15; \end{cases}$

г) $\begin{cases} -4x < -16, \\ \frac{x}{2} \geq 11,5. \end{cases}$

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} (x-1)(x+5) < (x-3)^2, \\ \frac{3+2x}{3} - \frac{5x-1}{6} \leq 2. \end{cases}$$

В ответ запишите целые решения системы.

3. При каких значениях x определено нижеприведенное выражение?

а) $\sqrt{9-5x}$;

г)* $\frac{\sqrt{x+3}}{x^2-11}$;

б) $\frac{x-4}{x\sqrt{9+5x}}$;

д)* $\frac{\sqrt{9-5x}}{|x|-1,6} + \frac{2-8x}{\sqrt{9+5x}}$.

в) $\sqrt{9+5x^2}$;

*Дополнительное задание*4*. Даны уравнения $x^2 = 2a - 3$ и $x^2 = 4 - 5a$. При каких значениях a :

а) оба уравнения имеют корни;

б) уравнение $x^2 = 4 - 5a$ имеет корни, а уравнение $x^2 = 2a - 3$ не имеет корней;

в) оба уравнения не имеют корней?

2 ВАРИАНТ

1. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x \geq 7, \\ x < 9; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x \leq 7, \\ -x > -9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x \geq 18, \\ -3x < -35; \end{cases}$

г) $\begin{cases} -5x < -35, \\ \frac{x}{2} \geq 4,5. \end{cases}$

2. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} (y+2)(2-y) < (y+3)(4-y), \\ \frac{5+y}{4} + \frac{1-2y}{6} \geq 1. \end{cases}$$

В ответ запишите целые решения системы.

3. При каких значениях x определено нижеприведенное выражение ?

а) $\sqrt{5-7x}$;

г)* $\frac{\sqrt{x+5}}{x^2-10}$;

б) $\frac{x+9}{x\sqrt{5+7x}}$;

д)* $\frac{\sqrt{5-7x}}{\left|x-\frac{2}{3}\right|} + \frac{13x}{\sqrt{5+7x}}$.

в) $\sqrt{5+7x^2}$;

*Дополнительное задание*4*. Даны уравнения $x^2 = a + 7$ и $x^2 = 3 - 2a$. При каких значениях a :

а) оба уравнения имеют корни;

б) уравнение $x^2 = a + 7$ имеет корни, а уравнение $x^2 = 3 - 2a$ не имеет корней;

в) оба уравнения не имеют корней?

К-10. Итоговая контрольная работа за курс 8 класса

1 ВАРИАНТ

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3(x-1) - 2(1+x) < 1, \\ -3x+4 \leq 0. \end{cases}$$

2. Упростите выражение:

$$6\sqrt{2} - (\sqrt{8} - (\sqrt{50} - \sqrt{162})).$$

3. Решите уравнение:

$$5x^4 - 8x^2 - 4 = 0.$$

4. Преобразуйте выражение:

$$\left(1 + \frac{3x+x^2}{x+3}\right) : \left(\frac{1}{x+1} - \frac{x}{1+2x+x^2}\right)^{-1}.$$

5. Теплоход прошел по течению реки 50 км, а против течения реки 8 км, затратив на весь путь 3 часа. Какова скорость теплохода в стоячей воде, если скорость течения 2 км/ч?

Дополнительное задание

6*. При каких значениях a уравнение $3x^2 - 5x + 2a = 0$

- а) имеет корень, равный 3;
- б) имеет два различных корня;
- в) имеет только положительные корни;
- г) не имеет отрицательных корней?

2 ВАРИАНТ

1. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 5(2x-1)-3(3x+6) < 2, \\ -2x+17 \leq 0. \end{cases}$$

2. Упростите выражение: $3\sqrt{2} - (\sqrt{50} - (\sqrt{32} - \sqrt{8}))$.

3. Решите уравнение: $4x^4 + 4x^2 - 3 = 0$.

4. Преобразуйте выражение:

$$\left(\frac{2xy}{4x^2 - 9y^2} + \frac{y}{3y - 2x} \right) \cdot \left(1 - \frac{2x - 3y}{2x + 3y} \right)^{-1}.$$

5. Катер прошел по течению реки 40 км, а против течения реки 6 км, затратив на весь путь 3 часа. Какова собственная скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

Дополнительное задание

6*. При каких значениях a уравнение

$$5x^2 - 4x + 2a = 0$$

- а) имеет корень, равный 2;
- б) имеет два различных корня;
- в) имеет только положительные корни;
- г) не имеет отрицательных корней?

3 ВАРИАНТ

1. Решите неравенство:

$$\frac{3x+7}{5} - \frac{2x+1}{3} \geq \frac{7-x}{6}.$$

2. Решите уравнение:

$$\text{а) } \sqrt{5} \cdot x^2 - 4x - \sqrt{5} = 0; \quad \text{б) } \frac{3x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x+1} + \frac{3-x}{x-1}.$$

3. При каких значениях x определено выражение

$$\sqrt{8-3x} + \frac{5x^2-1}{\sqrt{x-7}}?$$

4. Поезд должен был пройти 840 км за определенное время. На половине пути он был задержан на 30 мин из-за технической неисправности. Чтобы прибыть вовремя, ему пришлось увеличить скорость на 2 км/ч. Сколько времени поезд находился в пути?

5. Вычислите:

$$\left(\frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{6}{\sqrt{3}-1} \right) \cdot (2\sqrt{3}-1).$$

*Дополнительное задание*6*. При каких значениях b уравнение

$$\frac{x^2 - (4b+3)x + 3b^2 + 3b}{x-2} = 0$$

а) имеет один корень;

б) имеет только отрицательные корни?

4 ВАРИАНТ

1. Решите неравенство:

$$\frac{3x+5}{4} - \frac{x+2}{3} \leq \frac{9-x}{8}.$$

2. Решите уравнение:

а) $\sqrt{3}x^2 - 5x + 2\sqrt{3} = 0;$

б) $\frac{6x+9}{x^2-4} + \frac{3x-1}{x+2} = \frac{2x+1}{x-2}.$

3. При каких значениях x определено выражение

$$\sqrt{7-4x} + \frac{4x^2-3}{\sqrt{x-5}}?$$

4. Из города A в город B выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость велосипедиста на 10 км/ч меньше скорости мотоциклиста, поэтому он затратил на весь путь на 6 ч больше. С какой скоростью ехал мотоциклист, если расстояние между городами 120 км?

5. Вычислите:

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+3} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}-6}{1-\sqrt{3}}.$$

Дополнительное задание

6*. При каких значениях b уравнение

$$\frac{x^2 - (3b+3)x + 2b^2 + 3b}{x-1} = 0$$

а) имеет один корень;

б) имеет только положительные корни?

ПРИЛОЖЕНИЕ

УПРАЖНЕНИЯ С ПАРАМЕТРАМИ

1 ВАРИАНТ

1. При каких значениях a один из корней уравнения

$$3x^2 - 5x + a = 0$$

равен 2? Для данного значения a найдите остальные корни уравнения.

2. Для каких значений b уравнение $x^2 - bx + 2b - 3 = 0$ имеет один корень?

3. Для каких значений a уравнение $ax^2 - x - 2 = 0$ имеет два различных корня?

4. Для каждого значения параметра b решите уравнение:

а) $x^2 - (2b+1)x + b^2 + b = 0$; в) $3x^2 - 7x - b + 1 = 0$;

б) $x^2 - 5x + b = 0$; г) $bx^2 + 3x + 2 = 0$.

5. Для каждого m решите уравнение:

а) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x - m} = 0$; б) $\frac{x^2 - (2m-1)x + m^2 - m}{x + 4} = 0$.

6. При каких значениях параметра m уравнение $\frac{2x^2 - 7x + m}{x - m} = 0$ имеет ровно один корень?

7. Для каждого a найдите число различных корней уравнения $(3x-1)(ax^2+3x-2)=0$.

8. При каких значениях a уравнение имеет три различных корня:

$$(x^2 - (3a+1)x + 2a^2 + a)(x^2 + (2a-1)x - 3a^2 + a) = 0?$$

9. При каких значениях p уравнения имеют общий корень?

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$; $px^2 - x - 1 = 0$;

6) $x^2 + 3x - p = 0$; $2x^2 + x + p - 7 = 0$.

10. При каком значении параметра m уравнение $x^2 - 5x + m = 0$ имеет корни разных знаков? Определите, корень какого знака имеет большую абсолютную величину.

11. При каких значениях n сумма корней уравнения $x^2 - nx + 5 = 0$ равна: а) 11; б) 2?

12. При каких значениях параметра d произведение корней уравнения $x^2 - 8x - d = 0$ равно: а) 21; б) -2?

13. При каких значениях параметра h один из корней уравнения $x^2 - (5+h)x + 81 - h^2 = 0$ равен нулю, а второй корень положительный?

14. Для каждого значения s решите неравенство:

a) $cx > 2$;

В) $cx \leq 2$;

6) $cx > -3$;

г) $(c-2)x \leq -5$.

15. При каких значениях параметра b все точки промежутка I удовлетворяют неравенству $b x < 3$?

a) $I = (-\infty; 3)$;

г) $I = R$;

6) $I = (-2; +\infty)$;

д) $I = [5; +\infty)$;

В) $I = [-2; +\infty)$;

e) $I = (-2; +3]$.

16. При каких значениях параметра b все точки промежутка I удовлетворяют неравенству $bx > 3$?

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| а) $I = (-\infty; 3)$; | г) $I = R$; |
| б) $I = (-2; +\infty)$; | д) $I = [5; +\infty)$; |
| в) $I = [-2; +\infty)$; | е) $I = (-2; +3]$. |

17. При каких значениях параметра c число 8 удовлетворяет неравенству $3x^2 - (5+3c)x + 12 - c \leq 0$?

18. Для каждого значения c решите систему неравенств:

- | | |
|--|---|
| а) $\begin{cases} x < 3, \\ x < c; \end{cases}$ | г) $\begin{cases} x < 3, \\ x \geq c; \end{cases}$ |
| б) $\begin{cases} x < 3, \\ x \leq c; \end{cases}$ | д) $\begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq c. \end{cases}$ |
| в) $\begin{cases} x < 3, \\ x > c; \end{cases}$ | |

19. Для каждого значения c решите неравенство:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| а) $(x-c)x < 0$; | в) $(x-c)x > 0$; |
| б) $(x-c)x \leq 0$; | г) $(x-c)x \geq 0$. |

20. Для каждого значения параметра a найдите наибольшее из чисел $3x+a$ и $3x-5a-3$.

ВАРИАНТ 2

1. При каких значениях a один из корней уравнения

$2x^2 - 7x - a = 0$ равен 3? Для данного значения a найдите остальные корни уравнения.

2. Для каких значений b уравнение $x^2 - bx + 3b - 8 = 0$ имеет один корень?

3. Для каких значений a уравнение $ax^2 - x + 1 = 0$ имеет два различных корня?

4. Для каждого значения параметра c решите уравнение:

а) $x^2 - (2c - 3)x + c^2 - 3c + 2 = 0$;

б) $x^2 - 3x - c = 0$;

в) $3x^2 + 5x + c - 3 = 0$;

г) $cx^2 + x - 1 = 0$.

5. Для каждого m решите уравнение:

а) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x - m} = 0$;

б) $\frac{x^2 - (4m + 1)x + 4m^2 + 2m}{x - 2} = 0$.

6. При каких значениях параметра m уравнение $\frac{2x^2 + 3x + m}{x + m} = 0$ имеет ровно один корень?

7. Для каждого a найдите число различных корней уравнения $(2x + 1)(ax^2 + 2x - 3) = 0$.

8. При каких значениях a уравнение имеет три различных корня:

$$(x^2 - (3a - 1)x + 2a^2 - a)(x^2 + (4a + 1)x + 3a^2 + a) = 0?$$

9. При каких значениях p уравнения имеют общий корень?

а) $x^2 - x - 2 = 0$; $px^2 + 2x - 1 = 0$;

б) $x^2 + 2x + p = 0$; $3x^2 + x + p - 1 = 0$?

10. При каком значении параметра m уравнение $x^2 + 3x + m = 0$ имеет корни разных знаков? Определите, корень какого знака имеет большую абсолютную величину.

11. При каких значениях q сумма корней уравнения $x^2 - q \cdot x + 7 = 0$ равна: а) -13 ; б) 5 ?

12. При каких значениях параметра k произведение корней уравнения $x^2 + 3 \cdot x - k = 0$ равно: а) 12 ; б) 1 ?

13. При каких значениях параметра f один из корней уравнения $x^2 - (3-f)x + 16 - f^2 = 0$ равен нулю, а второй корень положительный?

14. Для каждого значения b решите неравенство:

- | | |
|-----------------|-----------------------|
| а) $bx > 5$; | в) $bx \leq 3$; |
| б) $bx > -10$; | г) $(b+1)x \leq -5$. |

15. При каких значениях параметра d все точки промежутка I удовлетворяют неравенству $d \cdot x > -6$?

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| а) $I = (-\infty; 3)$; | г) $I = R$; |
| б) $I = (-2; +\infty)$; | д) $I = [5; +\infty)$; |
| в) $I = [-2; +\infty)$; | е) $I = (-2; +3]$. |

16. При каких значениях параметра d все точки промежутка I удовлетворяют неравенству $d \cdot x < -6$?

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| а) $I = (-\infty; 3)$; | г) $I = R$; |
| б) $I = (-2; +\infty)$; | д) $I = [5; +\infty)$; |
| в) $I = [-2; +\infty)$; | е) $I = (-2; +3]$. |

17. При каких значениях параметра q число 8 удовлетворяет неравенству $5x^2 - (2+3q)x + 3q - 2q^2 \leq 0$?

18. Для каждого значения b решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} x > 5, \\ x > b; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x > 5, \\ x \leq b; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x > 5, \\ x \geq b; \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} x \leq 5, \\ x \leq b. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x > 5, \\ x < b; \end{cases}$$

19. Для каждого значения c решите неравенство:

$$\text{а) } \frac{x}{x-c} < 0;$$

$$\text{в) } \frac{x}{x-c} > 0;$$

$$\text{б) } \frac{x}{x-c} \leq 0;$$

$$\text{г) } \frac{x}{x-c} \geq 0.$$

20. Для каждого значения параметра a найдите наибольшее из чисел $2a-x-3$ и $5-x+3a$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

Элементы статистики

Работа дана в одном варианте. Рекомендуются для совместной работы двух учащихся, сидящих за одним рабочим столом.

1. Администрация школы проанализировала журнал 8 класса и посчитала, сколько каждому ученику выставлено оценок за февраль по всем предметам. В классе 20 человек. В результате получился такой ряд чисел:

21; 35; 25; 30; 2; 27; 23; 50; 25; 25; 13; 19; 15; 0; 25; 22; 50; 50; 34; 6.

а) Упорядочите этот ряд (от меньших значений к большему).

б) Найдите среднее арифметическое ряда.

в) Найдите размах данного ряда.

г) Найдите медиану данного ряда.

д) Заполните таблицу:

Количество оценок за месяц	от 1 до 10	от 11 до 20	от 21 до 30	от 31 до 40	более 40
Частота (количество учеников)					
Относительная частота					

2. Дан состав различных сплавов для подшипников (в процентах).

а) Состоит из 80 свинца, 15 сурьмы и 5 олова и употребляется для маленьких машин и для подвесных подшипников.

б) Содержит 50 олова, 35 свинца и 15 сурьмы, применяется при больших скоростях вращения, но небольших нагрузках.

в) Состоит из 19,33 олова, 15,33 сурьмы, 63,5 свинца, 1,5 меди и 0,33 цинка, обладает хорошими качествами для вкладышей.

г) Содержит 90 меди и 10 сурьмы, отличается большой мягкостью и применяется для медленно вращающихся валов и подшипников с малой нагрузкой.

Постройте 4 круговые диаграммы, иллюстрирующие распределение различных компонентов сплава (можно использовать транспортёр).

3. На круговых диаграммах (рис.15) показаны рецепты комбикормов кроликов.



Рис. 15

Определите по диаграммам:

- а) в каком случае овса и пшеницы наибольшее количество;
- б) в каких кормах отсутствуют отруби;
- в) в каких кормах количество жмыха наименьшее.

4. Постройте столбчатые диаграммы расхода воды за первое полугодие в м³.

	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Холодная	10	8	14	10	20	30
Горячая	6	10	8	8	14	0

5. Рассмотрите столбчатую диаграмму изменения количества единиц хранения документации в архиве фирмы г. Сипатова на конец года (рис. 16) Определите:

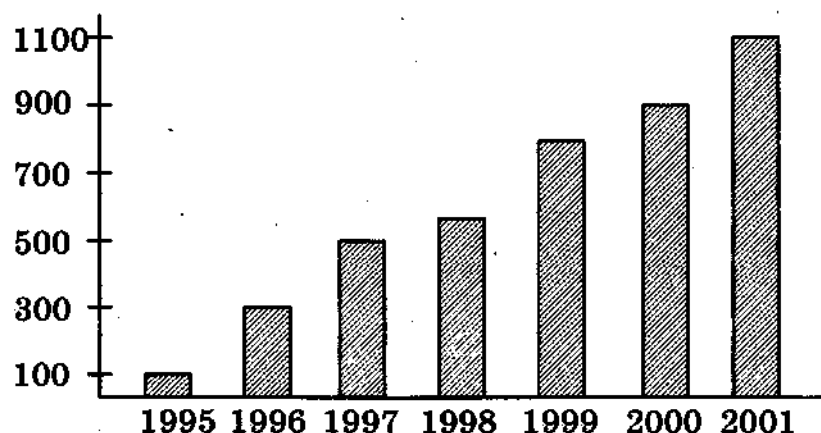


Рис. 16

а) В каком году количество единиц хранения возросло на наибольшее число единиц хранения?

б) На сколько единиц хранения стало больше за последние четыре года, представленные на диаграмме?

в) Определите среднемесячный прирост числа единиц хранения за 2000 г.

6. Постройте на одном чертеже полигоны изменения среднесуточной температуры воздуха за первые десять дней мая и первые десять дней июня.

	1	2	3	4	5
май	+7°	+5°	+3°	+10°	+10°
июнь	+20°	+22°	+18°	+12°	+8°

6	7	8	9	10
+10°	+8°	+5°	+7°	+11°
+7°	+12°	+14°	+10°	+16°

7. Рассмотрите полигоны количества часов, которые ученик 8 класса Петя Печкин сидел в Интернете и за приготовлением домашних заданий за неделю (рис. 17).

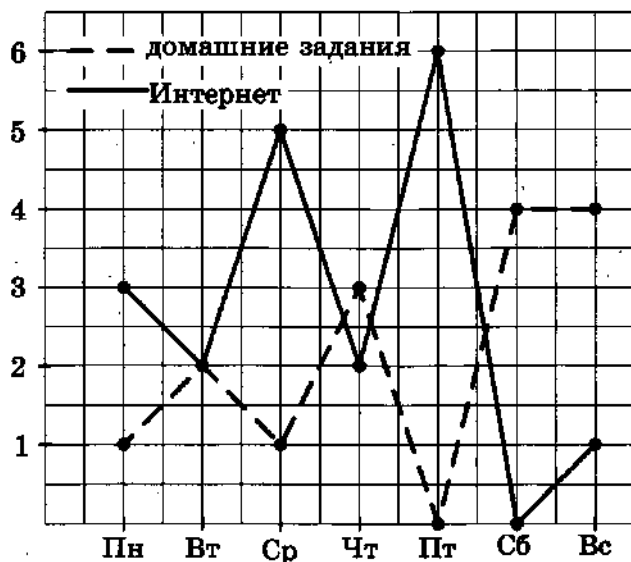


Рис. 17

- В течение скольких дней он был в Интернете более трех часов?
- В какой день родители «отлучили» Петю от компьютера?
- В какие дни Петя сидел за «компом» дольше, чем за уроками?
- Постройте два полигона, соответствующие вашему распорядку дня в прошедшую неделю.

8. Перед вами распределение депутатов в Государственной Думе 6 созыва (выборы 2011 г).

Фракция	Количество депутатов	Процент от общего числа депутатов
Фракция партии «Единая Россия»	238	52,9%
Фракция Коммунистической партии Российской Федерации	92	20,44%
Фракция партии «Справедливая Россия»	64	14,22%
Фракция Либерально-демократической партии России	56	12,44%

а) Постройте соответствующую круговую диаграмму.

б) Постройте соответствующую столбчатую диаграмму.

9. Опишите, чем гистограмма отличается от столбчатой диаграммы (можно воспользоваться учебником, справочником, Интернетом).

10. Рассмотрите свое расписание и заполните таблицу количества недельных часов на каждый из ваших учебных предметов. Число столбцов зависит от тех предметов, которые есть в вашем расписании.

Предмет	Алгебра	Биология				Химия	Всего
Количество недельных часов							
Процентное содержание							100%

БИЛЕТЫ К УСТНОМУ ЗАЧЕТУ

Билет № 1

1. Сокращение алгебраических дробей; приведение алгебраических дробей к общему знаменателю.

а) Сократите: $\frac{a^2b^3}{a^3b^2}$; $\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-4b^2}$.

б) Приведите дроби к общему знаменателю:

$\frac{2}{a(3-a)}$; $\frac{8}{a-3}$; $\frac{5}{a^2}$.

2. Решите уравнение: $\frac{x^2}{x-3} = 16$.

Билет № 2

1. Сложение и вычитание алгебраических дробей.
Выполните действия:

а) $\frac{3x-1}{x-2y} - \frac{6y-1}{x-2y} + 5$;

б) $\frac{2}{x-y} + \frac{5}{x+y} - \frac{3x+y}{x^2-y^2}$.

2. Решите неравенство: $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} \leq 1$.

Билет № 3

1. Умножение и деление алгебраических дробей.
Выполните действия:

а) $\frac{x+3y}{x^2-25y^2} \cdot \frac{5y-x}{x^2+3xy}$;

б) $\frac{8x}{x^2+6xy+9y^2} : \frac{5x^2-3x}{x+3y}$.

2. Найдите корни уравнения $3x^2 - 5x - 22 = 0$, удовлетворяющие неравенству $x > 3$.

Билет № 4

1. Определение квадратного корня из неотрицательного числа. Тождества $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ и $\sqrt{b^2} = |b|$.

а) Докажите, что $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{36} \neq 7$; $\sqrt{49} \neq -7$.

б) Постройте график $y = (\sqrt{x})^2$; $y = \sqrt{x^2}$.

2. Решите уравнение: $(3x-1)(2x-5) = 5$.

Билет № 5

1. Действия с радикалами при $a > 0$, $b > 0$:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}; \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}; \quad \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}.$$

Вычислите:

а) $\sqrt{36 \cdot 49}$;

в) $\sqrt{9+16}$;

б) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$;

г) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$.

2. Решите уравнение: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} x^2 + 3x + (\sqrt{5})^0 = 0$.

Билет № 6

1. Решение неполных квадратных уравнений.

Решите уравнение:

а) $3x^2 - 5x = 0$;

в) $3x^2 - 27 = 0$;

б) $8x^2 + 1 = 0$;

г) $x^2 - 7 = 0$.

2. Упростите выражение:

$$(2 + 3a^{-1}b) : (2ab^{-1} + 3).$$

Билет № 7

1. Формула корней квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0).$$

Решите уравнение:

а) $3x^2 - x - 2 = 0$;

б) $2x^2 - 3x - 1 = 0$.

2. Вычислите значение выражения

$$\frac{9a^2 - 24ab + 16b^2}{3a - 4b} + 4b$$

при $a = 3\frac{1}{3}$, $b = -7\frac{1}{18}$.

Билет № 8

1. Теорема Виета.

Не решая уравнения $3x^2 - x - 3 = 0$, найдите:

а) $x_1 + x_2$;

в) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$,

б) $x_1 \cdot x_2$;

где x_1 и x_2 — корни данного уравнения.

2. Вычислите: $\left(8\frac{1}{3}\right)^{-1} + (2,5)^{-2} - (\sqrt{8} + \sqrt{3})^0$.

Билет № 9

1. Свойства числовых неравенств.

Докажите, что при всех a выполняется неравенство $a^2 + 4 \geq 4a$.

2. Пусть $1 \leq b \leq 5$. Сколько целых значений может принимать выражение $6b - 0,7$?

Билет № 10

1. Решение линейных неравенств.

Решите неравенство:

а) $3x \geq 5$;

в) $3x - 5 > 3(x+1)$;

б) $-5x \leq 3$;

г) $\frac{2x+1}{2} > x$.

2. Найдите корни уравнения $\frac{3x+1}{5x-1} = x$.

Билет № 11

1. Виды систем двух простейших линейных неравенств и их решение.

Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x > 3, \\ x > 5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x < -1, \\ x < -0,9; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x < 5, \\ x > 7; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x < -11, \\ x > -11,3. \end{cases}$

2. Сократите дробь $\frac{25x^2 - 10x + 1}{y - 5xy}$.

Билет № 12

1. Определение степени с целым показателем, ее свойства.

Вычислите:

а) 3^{-1} ;

в) $2^{-7} : 2^{-10}$;

б) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^3$;

г) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{-3}$.

2. Один из катетов прямоугольного треугольника на 3 см больше другого. Найдите периметр треугольника, если его гипотенуза 15 см.

ОТВЕТЫ

К-1

Подготовительный вариант

1. а) $a \neq 5$; б) $y \neq 3,7$; x — любое; в) k — любое.

2. а) $\frac{2x}{3y^2}$; б) $\frac{a-1}{a}$; в) $\frac{1}{x-3y}$; г) $\frac{x-y}{4-a}$; д) $x^7 y^{19}$;

е) $x^2 - 3xy + 9y^2$.

3. а) $\frac{4x-1}{1-x}$; б) $\frac{7}{5x+xy}$; в) $\frac{3x}{x+1}$; г) $\frac{4x^2-3}{x^2-x}$; д) $\frac{5x+9}{x^2+2x}$;

е) $\frac{11-x}{x^2-9}$.

4*. График функции — прямая $y = x$ с выколотыми точками $(0; 0)$; $(0,5; 0,5)$.

5*. а) $\frac{x-5}{x-4}$; б) $x^2 + x - 1$.

1 ВАРИАНТ

1. а) $c \neq 6$; б) $b \neq 1,5$; a — любое; в) m — любое.

2. а) $\frac{2b^4}{3a}$; б) $\frac{x+1}{x}$; в) $\frac{1}{a-2b}$; г) $\frac{x-y}{3-a}$; д) $x^8 y^{22}$;

е) $x^2 + 5xy + 25y^2$.

3. а) 2; б) $\frac{2}{2a+ab}$; в) $\frac{c}{c+1}$; г) $\frac{3x^2+2}{x^2+x}$; д) $\frac{5+2x}{x^2+x}$; е) $-\frac{2}{x+2}$.

4*. График функции — прямая $y = 2x$ с выколотыми точками $(0; 0); \left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

5*. а) $\frac{x-6}{x-5}$; б) $x^2 - x + 1$.

2 ВАРИАНТ

1. а) $a \neq -8$; б) $x \neq 2,5$; y — любое; в) m — любое.

2. а) $\frac{3y^2}{2x^2}$; б) $\frac{a-1}{b}$; в) $2x + y$; г) $\frac{a-c}{2-x}$; д) $x^7 y^{19}$;

е) $x^2 + 4xy + 16y^2$.

3. а) -3 ; б) $\frac{3x}{1-x^2}$; в) $\frac{7b}{a-b}$; г) $\frac{5x^2+8}{x^2+2x}$; д) $\frac{1-4x}{x^2-x}$;

е) $\frac{x}{1-x^2}$.

4*. График функции — прямая $y = x$ с выколотыми точками $(0; 0); \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

5*. а) $\frac{x+6}{x-4}$; б) $x^2 + x + 2$.

К-2

Подготовительный вариант

1. а) $\frac{b}{ac^2}$; б) $\frac{10b^2+2ab^2}{5a-a^2}$; в) $\frac{ab-b^2}{4a}$.

2. а) $\frac{b}{ak^3}$; б) $\frac{2m}{n}$; в) $\frac{2kx+4x}{ky-2y}$.

3. 4a.

4. а) $\frac{b}{2a}$; б) $\frac{n-m}{mn^2+m^2n}$.

5*. График функции — гипербола $y = -\frac{4}{x}$ с выколотой точкой (5; -0,8).

6*. 18.

7*. $\frac{19}{13}$.

1 ВАРИАНТ

1. а) $\frac{b}{c^2}$; б) $\frac{9b^2+54b}{42a-7ab}$; в) $\frac{y^2+xy}{5x}$.

2. а) $\frac{b^2}{am}$; б) $-\frac{2b}{c}$; в) $\frac{2ak+6a}{bk-3b}$.

3. 4x.

4. а) $\frac{2y-x}{y}$; б) $\frac{a-b}{a+b}$.

5*. График функции — гипербола $y = -\frac{5}{x}$ с выколотой точкой (10; -0,5).

6*. 7.

7*. $\frac{22}{13}$.

2 ВАРИАНТ

1. а) $\frac{a}{c}$; б) $\frac{40y-4y^2}{30x+3xy}$; в) $\frac{ab^2+b^3}{4a^2}$.

2. а) $\frac{b^2}{am}$; б) $\frac{10}{9}$; в) $\frac{2ab-14b}{ac+7c}$.

3. а) $8y$.

4. а) $-\frac{2x+z}{x}$; б) $\frac{x+y}{x-y}$.

5*. График функции — гипербола $y = -\frac{2}{x}$ с выколотой точкой $(3; -\frac{2}{3})$.

6*. 6.

7*. $3\frac{2}{3}$.

К-3

Подготовительный вариант

1. а) 1849; б) 1849; в) 43; г) 430; д) 4,3; е) 0,043.

2. а) 24; б) 12; в) 5; г) 12; д) $1\frac{1}{3}$; е) $\frac{1}{2}$; ж) 7.

3. $\sqrt{x^2-y^2} > x-y$.

4.

x	0	-6	3	8	6	$\sqrt{5}$	$\sqrt{11}$	$5\sqrt{2}$
y	5	0	-4	-15	-8	2	5	$-5\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2+y^2}$	5	6	5	17	10	3	6	10

5*. а) 9; б) 15; в) 9.

1 ВАРИАНТ

1. а) 2401; б) 2401; в) 49; г) 490; д) 4,9; е) 0,049.

2. а) 21; б) 20; в) 7; г) 25; д) $1\frac{3}{4}$; е) $\frac{1}{3}$; ж) 15.

3. $\sqrt{x^2+y^2} < x+y$, так как $25 < 31$.

4.

x	4	0	5	-7	10	$\sqrt{21}$	$\sqrt{13}$	$6\sqrt{2}$
y	0	-6	-12	24	-24	2	6	$-6\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2+y^2}$	4	6	13	25	26	5	7	12

5*. а) 4; б) 17; в) 16.

2 ВАРИАНТ

1. а) 1369; б) 1369; в) 37; г) 370; д) 3,7; е) 0,037.

2. а) 15; б) 15; в) 5; г) 15; д) $\frac{5}{3}$; е) $\frac{1}{2}$; ж) 16.

3. $\sqrt{a^2+b^2} < a+b$.

4.

x	3	0	4	-5	8	$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	$-7\sqrt{2}$
y	0	-7	-3	12	-6	1	3	$7\sqrt{2}$
$\sqrt{x^2+y^2}$	3	7	5	13	10	2	4	14

5*. а) 16; б) 13; в) 4.

К-4

Подготовительный вариант

1. а) -6; б) 5; в) $5\sqrt{5}$.
2. а) -49; б) 242; в) $7\sqrt{2}-6$; г) 14; д) 0.
3. а) $\frac{\sqrt{70}}{10}$; б) $2\sqrt{5}-2\sqrt{2}$; в) $\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$.
4. а) $\sqrt{a}+10$; б) $\frac{\sqrt{m}}{m}$; в) $\frac{\sqrt{y}+\sqrt{b}}{b}$.
- 5*. 1) а) $6m^5n^6$; б) $20b^2\sqrt{2}$; в) $-y^6z^3\sqrt{yz}$.
- 2) а) $-\sqrt{52}$; б) $-\sqrt{x^{10}y^5}$.
6. $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a+b}$.

1 ВАРИАНТ

1. а) -4; б) 8; в) 0.
2. а) -11; б) 192; в) $2\sqrt{5}-3$; г) 4; д) -3.
3. а) $\sqrt{3}$; б) $\sqrt{7}-\sqrt{3}$; в) $2+\sqrt{3}$.
4. а) $\sqrt{a}-3$; б) $\frac{\sqrt{x}}{x}$; в) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{a}$.
- 5*. 1) а) $8a^3c^4$; б) $-15a^3\sqrt{2}$; в) $-x^5y^2\sqrt{xy}$.
- 2) а) $-\sqrt{176}$; б) $-\sqrt{a^6b^3}$.
6. -1.

2 ВАРИАНТ

1. а) -1 ; б) 10 ; в) $4\sqrt{10}$.

2. а) -1 ; б) 162 ; в) $3\sqrt{5}-2$; г) 15 ; д) 14 .

3. а) $\frac{\sqrt{30}}{3}$; б) $\sqrt{10}+\sqrt{2}$; в) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

4. а) $\sqrt{m}-\sqrt{n}$; б) $\frac{\sqrt{a}}{a}$; в) $\frac{\sqrt{y+x}}{x}$.

5*. 1) а) $5a^2c^3$; б) $-12a^5\sqrt{2}$; в) $x^4y^6\sqrt{xy}$.

2) а) $-\sqrt{117}$; б) $-\sqrt{x^{10}y^3}$.

6. $\frac{c\sqrt{c+b}}{\sqrt{bc}(c+b)}$.

К-5

Подготовительный вариант

1. а) 0 ; б) -4 ; в) 2 ; г) -2 ; д) $\emptyset$.

2. а) 9 ; б) 2 ; в) 4 ; г) $-\frac{10}{3}$; д) $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$; е) $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$.

3. а) $\emptyset$; б) $\frac{5}{4}$; в) $\emptyset$.

4. -1 ; $\frac{34}{25}$.

5*. $a = -\frac{1}{3}$, $x = -1$; $a \neq -\frac{1}{3}$, $x = -1$ или $x = -3a$.

6*. $b = 20$, $x = -2$ или $b = -20$, $x = 2$.

1 ВАРИАНТ

1. а) 0; -5; б) -3; 3; в) $\emptyset$.

2. а) 3; 8; б) 3; -2,5; в) $\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$.

3. а) $\emptyset$; б) $\frac{5}{4}$ в) $\emptyset$.

4. $1\frac{12}{29}$; -1.

5*. $a = \frac{1}{4}$, $x = 1$; $a \neq \frac{1}{4}$, $x = 4a$ или $x = 1$

6*. $b = 8$, $x = -2$ или $b = -8$, при $x = 2$.

2 ВАРИАНТ

1. а) 0; 3; б) 2; -2; в) $\emptyset$.

2. а) 2; 11; б) $\frac{10}{3}$; 3; в) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3. а) $\emptyset$; б) $\frac{7}{3}$; в) $\emptyset$.

4. -1; $\frac{21}{34}$.

5*. $a = \frac{1}{2}$ $x = 1$; $a \neq \frac{1}{2}$ $x = 1$ или $x = 2a$.

6*. $b = 12$ $x = -2$ или для $b = -12$ $x = 2$.

К-6

Подготовительный вариант

1. а) $-\frac{19}{5}$; б) 2; 4; в) $\frac{1}{2}$; 2.

2. а) $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = -12$; б) $x_1 + x_2 = \frac{7}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = -3$.

3. а) 4; 9; б) 1; 3; в) $\sqrt{5}$; 3; г) 2; $-b^3$.

4. Например, $x^2 - 4x - 45 = 0$.

5*. $p=8$; $x_2=7$.

6*. 639; -630.

7*. $a = 1$ или $a = 3$.

1 ВАРИАНТ

1. а) $-3\frac{2}{3}$; б) 4; 5; в) 3; $\frac{1}{2}$.

2. а) -5; -13; б) $\frac{3}{4}$; $-1\frac{1}{4}$.

3. а) 3; 11; б) 1; 4; в) $\sqrt{7}$; 3; г) $-c^4$; 5.

4. $x^2 - 7x - 44 = 0$.

5*. $p=10$; $x_2=9$.

6*. 847; -840.

7*. $a = -2$ или $a = 3$.

2 ВАРИАНТ

1. а) $-\frac{17}{3}$; б) 3; 2; в) $-\frac{1}{2}$; 1.

2. а) $x_1 + x_2 = -7$; $x_1 \cdot x_2 = -11$; б) $x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = -3$.

3. а) 5; 8; б) 1; 2; в) $\sqrt{3}$; 2; г) 3; $-a^2$.

4. Например, $x^2 - x - 56 = 0$.

5*. $p=7$; $x=6$.

6*. 727; -719.

7*. $a = 1$ или $a = 2$.

К-7

Подготовительный вариант

1. 6 см; 9 см; 30 см. 2. 1 км/ч. 3. 2 ч. 4*. 60%.

1 ВАРИАНТ

1. 5 см и 7 см; периметр 24 см. 2. 3 км/ч. 3. За 6 дней.

4*. На 20%.

2 ВАРИАНТ

1. 8 см и 4 см; периметр 24 см. 2. 2 км/ч. 3. За 3 дня.

4*. На 10%.

К-8

Подготовительный вариант

1. а) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$; б) $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right]$; в) $\left(-\infty; -3\frac{5}{6}\right]$; г) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

2. а) $\left(-\infty; \frac{3}{8}\right]$; б) $(9; +\infty)$. 3. 29. 4*. 9. 5*. $\left(-\infty; \frac{4}{7}\right]$.

1 ВАРИАНТ

$$1. \text{ а) } \left(-\infty; 3\frac{1}{4}\right); \text{ б) } \left[-\frac{1}{8}; +\infty\right); \text{ в) } (-\infty; -23]; \text{ г) } \left[-2\frac{2}{7}; +\infty\right).$$

$$2. \text{ а) } \left(-\infty; \frac{7}{9}\right]; \text{ б) } (-13; +\infty).$$

$$3. -25. 4^*. 13. 5^*. [2,5; +\infty).$$

2 ВАРИАНТ

$$1. \text{ а) } \left(-\infty; 3\frac{1}{3}\right); \text{ б) } \left[\frac{3}{11}; +\infty\right); \text{ в) } \left(-\infty; -1\frac{8}{11}\right]; \text{ г) } [1; +\infty).$$

$$2. \text{ а) } \left(-\infty; \frac{3}{5}\right]; \text{ б) } (11; +\infty).$$

$$3. -34.$$

$$4^*. 10.$$

$$5^*. \left[2\frac{1}{3}; +\infty\right).$$

К-9

Подготовительный вариант

$$1. \text{ а) } (3; 8]; \text{ б) } [6; 15]; \text{ в) } [5; +\infty); \text{ г) } (-\infty; 3).$$

$$2. \left[-\frac{25}{48}; 6\right); 0; 1; 2; 3; 4; 5.$$

$$3. \text{ а) } \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]; \text{ б) } \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (0; +\infty); \text{ в) } (-\infty; +\infty);$$

$$\text{г) }^* [-3; -\sqrt{7}) \cup (-\sqrt{7}; \sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; +\infty); \text{ д) }^* (-1; 0) \cup \left(0; 1\frac{1}{3}\right].$$

$$4^*. \text{ а) } \emptyset; \text{ б) } [5; +\infty); \text{ в) } \left(\frac{4}{3}; 5\right).$$

1 ВАРИАНТ

$$1. \text{ а) } [5; 10); \text{ б) } [3; 5]; \text{ в) } [4; 6); \text{ г) } [23; +\infty).$$

$$2. [-5; 1,4); -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1.$$

$$3. \text{ а) } (-\infty; 1,8]; \text{ б) } (-1,8; 0) \cup (0; +\infty); \text{ в) } (-\infty; +\infty);$$

$$\text{ г)* } [-3; \sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}; +\infty); \text{ д)* } (-1,8; -1,6) \cup (-1,6; 1,6) \cup (1,6; 1,8].$$

$$4^*. \text{ а) } \emptyset; \text{ б) } \left(-\infty; \frac{4}{5}\right]; \text{ в) } \left(\frac{4}{5}; \frac{3}{2}\right).$$

2 ВАРИАНТ

$$1. \text{ а) } [7; 9); \text{ б) } \left(\frac{35}{3}; +\infty\right); \text{ в) } (-\infty; 7]; \text{ г) } [9; +\infty).$$

$$2. (-8; 5]; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5.$$

3.

$$\text{ а) } \left(-\infty; \frac{5}{7}\right];$$

$$\text{ б) } \left(-\frac{5}{7}; 0\right) \cup (0; +\infty);$$

$$\text{ в) } (-\infty; +\infty);$$

$$\text{ г)* } [-5; -\sqrt{10}) \cup (-\sqrt{10}; \sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty);$$

$$\text{ д)* } \left(-\frac{5}{7}; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{7}\right].$$

4*. а) $\left[-7; \frac{3}{2}\right]$; б) $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$; в) $\emptyset$.

К-10

1 ВАРИАНТ

1. $\left[1\frac{1}{3}; 6\right)$.

2. 0.

3. $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$.

4. $\frac{1}{x+1}$.

5. 18 км/ч.

6*. а) -6; б) $\left(-\infty; \frac{25}{24}\right)$; в) $\left(0; \frac{25}{24}\right]$; г) $[0; +\infty)$.

2 ВАРИАНТ

1. $[8,5; 25)$. 2. 0. 3. $-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}$. 4. $\frac{y}{6y-4x}$. 5. 14 км/ч

6*. а) -6; б) $(-\infty; 0,4)$; в) $(0; 0,4]$; г) $[0; 0,4)$.

3 ВАРИАНТ

1. $[1; +\infty)$.

2. а) $\frac{-\sqrt{5}}{5}; \sqrt{5}$; б) 2.

3. Ни при каких.

4. 21 ч.

5. 22.

6*. а) $-\frac{3}{2}; -\frac{1}{3}; 2$;

б) $(-\infty; -1)$.

4 ВАРИАНТ

1. $(-\infty; 1]$.

2. а) $\frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}$; б) 3.

3. Ни при каких.

4. 20 км/ч.

5. $\frac{11}{2}$.

6*. а) -3; -1; 1; б) $(0; +\infty)$.

Упражнения с параметрами

1 ВАРИАНТ

1. $a = -2$; $x = -\frac{1}{3}$.

2. $b = 2$ или $b = 6$.

3. $a \in (-0,125; 0) \cup (0; +\infty)$.

4. а) При любых значениях b уравнение имеет два различных корня b и $b + 1$; б) при $b < 6,25$ уравнение имеет два различных корня $\frac{5 - \sqrt{25 - 4b}}{2}$ и $\frac{5 + \sqrt{25 - 4b}}{2}$; при $b = 6,25$ один корень $2,5$; при $b > 6,25$ уравнение корней не имеет; в) при $b < -\frac{37}{12}$ уравнение корней не имеет; при $b = -\frac{37}{12}$ имеет один корень $x = 1\frac{1}{6}$; при $b > -\frac{37}{12}$ два корня: $\frac{7 - \sqrt{37 + 12b}}{6}$ и $\frac{7 + \sqrt{37 + 12b}}{6}$; г) при $b \in (-\infty; 0) \cup (0; 1,125)$ уравнение имеет два различных корня $\frac{3 - \sqrt{9 - 8b}}{2b}$ и $\frac{3 + \sqrt{9 - 8b}}{2b}$; при $b = 1,125$ один корень $-\frac{3}{2b}$; при $b = 0$ один корень $-\frac{2}{3}$; при $b > 1,125$ уравнение корней не имеет.

5. а) Если $m = 4$, то $x = -1$; если $m = -1$, то $x = 4$; если $m \neq 4, m \neq -1$, то $x_1 = 4, x_2 = -1$; б) если $m = -4$, то $x = -5$; если $m = -3$, то $x = -3$; если $m \neq -4, m \neq -3$, то $x_1 = m, x_2 = m - 1$.

6. При $m = 0$; $m = 3$; $m = 6,125$.

7. Если $a = -1\frac{1}{8}$, или $a = 0$, или $a = 9$, то 2 различных корня; если $a > -1\frac{1}{8}$, $a \neq 0$, $a \neq 9$, то 3 различных корня.

8. При $a = -1$, $a = \frac{1}{4}$, $a = 0$.

9. а) $p = -\frac{2}{9}$ или $p = 2$; б) $p = 4$ или $p = -1\frac{5}{9}$.

10. При $m < 0$ положительный корень.

11. а) При $n = 11$; б) ни при каких.

12. а) Ни при каких; б) при $d = 2$.

13. 9.

14. а) Если $c < 0$, то $x < \frac{2}{c}$; если $c = 0$, то решений нет; если $c < 0$, то $x > \frac{2}{c}$; б) если $c < 0$, то $x < -\frac{3}{c}$; если $c = 0$, то $x \in R$; если $c > 0$, то $x > -\frac{3}{c}$; в) если $c < 0$, то $x \geq \frac{2}{c}$; если $c = 0$, то $x \in R$; если $c > 0$, то $x \leq \frac{2}{c}$; г) если $c < 2$, то $x \geq \frac{5}{2-c}$; если $c = 2$, то решений нет; если $c > 2$, то $x \leq \frac{5}{2-c}$.

15. а) $0 \leq b \leq 1$; б) $-1,5 \leq b \leq 0$; в) $-1,5 < b \leq 0$; г) $b = 0$; д) $b \leq 0$; е) $-1,5 \leq b \leq 1$.

16. а) Ни при каких; б) ни при каких; в) ни при каких; г) ни при каких; д) $b > 0,6$; е) ни при каких.

17. При $c \geq 6,56$.

18. а) Если $c \leq 3$, то $(-\infty; c]$; если $c > 3$, то $(-\infty; 3]$; б) если $c < 3$, то $(-\infty; c]$; если $c \geq 3$, то $(-\infty; 3]$; в) если $c < 3$, то $(c; 3]$; если $c \geq 3$, то решений нет; г) если $c < 3$, то $[c; 3]$; если $c \geq 3$, то решений нет; д) если $c < 3$, то $[c; 3]$; если $c = 3$, то $\{3\}$; если $c > 3$, то решений нет.

19. а) Если $c < 0$, то $(c; 0)$; если $c = 0$, то решений нет; если $c > 0$, то $(0; c)$; б) если $c < 0$, то $[c; 0)$; если $c = 0$, то $\{0\}$; если $c > 0$, то $[0; c]$; в) если $c < 0$, то $(-\infty; c) \cup (0; c)$; если $c > 0$, то $(-\infty; 0) \cup (c; +\infty)$; г) если $c < 0$, то $(-\infty; c] \cup (0; +\infty)$; если $c = 0$, то R ; если $c > 0$, то $(-\infty; 0) \cup [c; +\infty)$.

20. При $a \leq -0,5$ $3x - 5a - 3$; при $a > -0,5$ $3x + a$.

2 ВАРИАНТ

1. $a = -3$; $x = \frac{1}{2}$.

2. $b = 4$ или $b = 8$.

3. $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 0,25)$.

4. а) При любых значениях c уравнение имеет два различных корня $c - 1$ и $c - 2$; б) при $c > -2,25$ уравнение имеет два различных корня $\frac{3 - \sqrt{9 + 4c}}{2}$ и $\frac{3 + \sqrt{9 + 4c}}{2}$; при $c = -2,25$ один корень $1,5$; при $c < -2,25$ уравнение корней не имеет;

в) при $c > 5\frac{1}{12}$ уравнение корней не имеет; при $c = 5\frac{1}{12}$ имеет один корень $x = -\frac{5}{6}$; при $c < 5\frac{1}{12}$ два корня:

$$\frac{-5-\sqrt{61-12c}}{6} \text{ и } \frac{-5+\sqrt{61-12c}}{6}; \text{ г) при } c \in (-0,25;0) \cup (0;+\infty)$$

уравнение имеет два различных корня $\frac{-1-\sqrt{1+4c}}{2c}$ и $\frac{-1+\sqrt{1+4c}}{2c}$; при $c = -0,25$ один корень 2; при $c = 0$ один корень 1; при $c < -0,25$ уравнение корней не имеет.

5. а) Если $m = -3$, то $x = -2$; если $m = -2$, то $x = -3$; если $m \neq -3, m \neq -2$, то $x_1 = -3, x_2 = -2$; б) если $m = 1$, то $x = 3$; если $m = 0,5$, то $x = 1$; если $m \neq 1, m \neq 0,5$, то $x_1 = 2m, x_2 = 2m + 1$.

6. При $m = 0; m = 1; m = 1,125$.

7. Если $a = -\frac{1}{3}$, или $a = 0$, или $a = 16$, то 2 различных корня; если $a > -\frac{1}{3}, a \neq 0, a \neq 16$, то 3 различных корня.

8. При $a = 1, a = -\frac{1}{2}, a = -\frac{1}{4}$.

9. а) $p = -\frac{3}{4}$ или $p = 3$; б) $p = -3$ или $p = \frac{3}{4}$.

10. При $m < 0$ отрицательный корень.

11. а) При $q = -13$; б) ни при каких.

12. а) Ни при каких; б) при $k = -1$.

13. -4.

14. а) Если $b < 0$, то $x < \frac{5}{b}$; если $b = 0$, то решений нет; если $b > 0$, то $x > \frac{5}{b}$; б) если $b < 0$, то $x < -\frac{10}{b}$; если $b = 0$, то $x \in R$; если $b > 0$, то $x \leq \frac{3}{b}$; г) если $b < -1$, то

$x \geq \frac{5}{b+1}$; если $b = -1$, то решений нет; если $b > -1$,
то $x \leq -\frac{5}{b+1}$.

15. а) $-2 < d \leq 0$; б) $0 \leq d < 3$; в) $0 \leq d \leq 3$; г) $d = 0$;
д) $d \leq 0$; е) $-2 < d \leq 3$.

16. а) Ни при каких; б) ни при каких; в) ни при ка-
ких; г) ни при каких; д) $d < -1,2$; е) ни при каких.

17. При $q \leq 0$.

18. а) Если $b \leq 5$, то $(5; +\infty)$; если $b > 5$, то $(b; +\infty)$;
б) если $b \leq 5$, то $(5; +\infty)$; если $b > 5$, то $[b; +\infty)$; в) если $b < 5$,
то $(5; b)$; если $b \leq 5$, то решений нет; г) если $b > 5$, то
 $(5; b]$; если $b \leq 5$, то решений нет; д) если $b > 5$, то $[5; b]$;
если $b = 5$, то $\{5\}$; если $b < 5$, то решений нет.

19. а) Если $c < 0$, то $(c; 0)$; если $c = 0$, то решений нет;
если $c > 0$, то $(0; c)$; б) если $c < 0$, то $[c; 0)$; если $c = 0$,
то решений нет; если $c > 0$, то $[0; c]$; в) если $c \leq 0$,
то $(-\infty; c) \cup (0; +\infty)$; если $c > 0$, то $(-\infty; 0) \cup (c; +\infty)$; г) если
 $c < 0$, то $(-\infty; c) \cup [0; +\infty)$; если $c = 0$, то $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
если $c > 0$, то $(-\infty; 0) \cup [c; +\infty)$.

20. При $a \geq -8$ $2a - x - 3$; при $a < -8$ $5 - x + 3a$.

Билеты к устному зачету

Б1. 2. 12; 4.

Б2. 2. $x \leq 4\frac{1}{7}$.

Б3. 2. $\frac{11}{3}$.

Б4. 2. 0; $\frac{17}{6}$.

Б5. 2. -1; $-\frac{1}{2}$.

Б6. 2. $\frac{b}{a}$.

Б7. 2. 10.

Б8. 2. $-\frac{18}{25}$.

Б9. 2. 24.

Б10. 2. $-\frac{1}{5}$; 1.

Б11. 2. $\frac{1-5x}{y}$.

Б12. 2. 36.

Справочное издание

**Звавич Леонид Исаакович
Дьяконова Наталия Васильевна
Дидактические материалы
по алгебре
8 класс**

к учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 8 класс»

Издательство «**ЭКЗАМЕН**»

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. Н 16466 от 25.03.2013 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*
Редактор *Г. А. Лонцова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректор *И. Д. Баринская*
Дизайн обложки *А. Ю. Беляева*
Компьютерная вёрстка *О. Н. Савина*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учеб

Отпечатано в ООО «Красногорская типография».
143405, Московская область, г. Красногорск, Коммунальный кв., д. 2.
www.ktprint.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
641-00-30 (многоканальный).